Master Science de la matière
École Normale Supérieure de Lyon
Université Claude Bernard Lyon I

Stage 2012–2013
Sylvain Lacroix
M1 Physique

Phénoménologie d'un candidat de matière noire couplé au boson de Higgs

Résumé :

Dans le cadre de la recherche d'un modèle de physique des particules décrivant la matière noire, nous nous sommes intéressés à certaines extensions du Modèle Standard, et plus particulièrement du secteur de Higgs. Nous avons tout d'abord établi les lagrangiens décrivant ces modèles, puis dérivé leurs implications phénoménologiques. Nous avons ensuite comparé ces résultats à diverses contraintes expérimentales, afin d'étudier la viabilité de ces modèles à décrire la matière noire.

Nous avons tout d'abord considéré une des extensions les plus simples du Modèle Standard, le rajout d'un champ scalaire réel possédant une symétrie de parité $\mathbb{Z}_2$, avant d'étudier des modèles plus compliqués : le rajout de termes de dimensions supérieures au modèle scalaire, dans le cadre d'une théorie effective, et des modèles avec plusieurs scalaires supplémentaires.

Mots clefs : particules, matière noire, Modèle Standard, secteur de Higgs, phénoménologie

Stage encadré par :
Michele Frigerio
michele.frigerio@univ-montp2.fr / tél. (+33) 4 67 14 35 63
Laboratoire Charles Coulomb (L2C) UMR 5221 CNRS-UM2
Université Montpellier 2
Place Eugène Bataillon - CC069
F-34095 Montpellier Cedex 5 - France
http ://www.coulomb.univ-montp2.fr/

2 août 2013

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude envers Michele Frigerio, mon maître de stage, pour son suivi et ses conseils indispensables. Sa patience et son implication ont fait de ce stage une expérience des plus enrichissantes, tant d'un point de vue professionnel, qu'intellectuel et personnel.

Je remercie aussi grandement Julien Lavalle, Gilbert Moultaka, Jean-Loïc Kneur et Stefano Magni, avec qui j'ai eu le plaisir d'interagir, pour leurs réponses et leurs explications particulièrement éclairantes et le temps qu'ils m'ont consacré.

Un grand merci également à Nicolas Crampé et Philippe Roche, de l'équipe de physique mathématique du L2C, pour avoir accepté de m'expliquer leurs recherches et leur travail.

Je suis également très reconnaissant à Sacha Davidson, de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, qui m'a aidé à trouver ce stage.

Enfin, j'adresse mes vifs remerciements à l'ensemble de l'équipe des laboratoires Charles Coulomb et Univers et Particules de Montpellier, pour leur accueil très chaleureux, qui a fait de mon séjour à Montpellier une expérience très agréable (je pense notamment à Pablo Montalvo, Jean-Charles Walter, Dominique Caron, Nicolas Bizot, Renata Garces, Luca Ciandrini, Albert Villanova del Moral, Cyril Hugonie et Vladimir Lorman).

Table des matières

1 Introduction

Basé sur la théorie quantique des champs [1], qui unifie mécanique quantique et relativité restreinte, le Modèle Standard (MS) de la physique des particules donne une description des composants élémentaires de la matière et de leurs interactions. De nombreux aspects de ce modèle ont été vérifiés expérimentalement au cours du XXème siècle, avec une précision très importante. Le boson de Higgs y joue un rôle très important, étant responsable du mécanisme de brisure de symétrie électrofaible, indispensable à la cohérence du modèle. Fruit d'un programme de recherches s'étalant sur plusieurs dizaines d'années, la découverte au LHC (Large Hadron Collider), en juillet dernier, d'un candidat expérimental pour ce boson, a apporté la dernière pierre au Modèle Standard.

Malgré tous ses succès, plusieurs éléments portent à croire que le Modèle Standard n'est que la partie apparente d'une théorie plus fondamentale (il échoue, par exemple, à expliquer le phénomène d'oscillations des neutrinos). La recherche d'une physique au-delà du Modèle Standard est donc devenue un domaine de recherche très important actuellement, tant expérimentalement que théoriquement.

Une des preuves de l'existence d'une physique au-delà du Modèle Standard est l'existence de la matière sombre, découverte en 1933. Afin d'expliquer une vitesse de rotation trop importante des galaxies, l'astronome Frank Zwicky a postulé l'existence d'une matière invisible aux télescopes, qui interagirait gravitationnellement avec la matière ordinaire et qui serait 5 fois plus abondante. Bien que de nouvelles preuves de son existence aient été apportées, la nature de cette matière noire reste encore inexpliquée.

Dans le cadre de ce stage, nous nous sommes intéressés à certaines extensions du Modèle Standard susceptibles d'apporter des candidats théoriques à la matière noire. Plus particulièrement, nous avons étudié des modèles ajoutant de nouveaux champs au secteur de Higgs, qui donc coupleraient à la matière ordinaire *via* le boson de Higgs.

Nous avons étudié la phénoménologie de ces modèles à partir des lagrangiens les décrivant, et calculé certaines grandeurs physiques, liées aux propriétés des nouvelles particules introduites et aux déviations par rapport au Modèle Standard. Nous avons ensuite comparé ces résultats aux contraintes expérimentales, afin de déterminer pour quelles valeurs des paramètres de notre modèle ces particules pourraient décrire la matière noire.

Ces contraintes peuvent être de différentes natures et peuvent notamment provenir de la cosmologie et de l'astrophysique. Il faut par exemple vérifier que le candidat ait bien une abondance de masse dans l'univers en accord avec la mesure des effets gravitationnels de la matière noire. De même, nous devons nous assurer que les annihilations de ce candidat au sein de notre galaxie ne produisent pas un flux de particules cosmiques trop important, qui aurait alors été détecté (détection indirecte). Un tel candidat devrait enfin donner une signature expérimentale dans des expériences dites de détection directe dans lesquelles des particules de matière noire "frappent" des atomes du détecteur, qui acquièrent alors une énergie de recul.

Les modèles que nous avons étudiés peuvent aussi être contraints par la physique des particules. Les particules de matière noire n'étant pas détectées dans les accélérateurs, la désintégration d'un boson de Higgs en matière noire se traduirait par exemple par un état final invisible dans les détecteurs du LHC, événement qui est très peu observé. De la même façon, la production de particules de matière noire et d'une unique particule du Modèle Standard possèderait une signature expérimentale relativement simple à détecter au LHC (*e.g.* un monojet avec énergie manquante), ce qui permet de contraindre la fréquence de tels événements.

Dans ce rapport, nous présenterons tout d'abord le Modèle Standard (et plus particulièrement le secteur de Higgs) ainsi qu'une brève revue sur la matière noire et les notions cosmologiques associées. Puis nous nous concentrerons sur le modèle le plus simple : l'ajout d'un champ scalaire réel au secteur de Higgs (possédant une symétrie de parité $\mathbb{Z}_2$) et détaillerons pour ce modèle la phénoménologie et l'étude des contraintes. Nous aborderons ensuite une extension de ce premier modèle, en prenant en compte des opérateurs de dimensions supérieures dans le lagrangien (théorie effective) et en expliquant comment ces opérateurs modifient les contraintes. Enfin, nous considèrerons brièvement la phénoménologie de modèles avec deux scalaires ou avec un second doublet de Higgs, avant de conclure.

2 Rappels et contexte théorique

2.1 Le boson de Higgs dans le Modèle Standard

Le Modèle Standard (étudié par exemple dans la référence [2]) décrit les particules élémentaires connues à l'heure actuelle ainsi que les interactions électromagnétique, faible et forte. Il comprend les fermions, tels les électrons ou les quarks, les bosons de jauge, qui portent les interactions fondamentales, et un boson scalaire, le boson de Higgs. Nous ne donnerons ici de détails que concernant le boson de Higgs et le mécanisme de brisure électrofaible, qui sont au cœur du sujet de ce stage. Le reste du Modèle Standard et les notations associées sont décrits dans l'annexe A.

2.1.1 Champ de Higgs

Le Modèle Standard comprend un champ scalaire (spin 0), le champ de Higgs. Celui-ci est un doublet ϕ de $\mathrm{SU}(2)_L$, d'hypercharge 1/2, non chargé sous $\mathrm{SU}(3)_c$.

La propagation du champ de Higgs et ses interactions avec les bosons de jauge sont décrites par le lagrangien du secteur de Higgs :

$$\mathcal{L}_h = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi) \tag{2.1}$$

où V est un terme de potentiel donné par :

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda \left(\phi^\dagger \phi\right)^2 \tag{2.2}$$

et D_μ est la dérivée covariante dans la représentation de jauge du champs de Higgs, soit en notant σ_a les matrices de Pauli :

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2} W_\mu^a \sigma_a - \frac{g'}{2} B_\mu \tag{2.3}$$

Le champs de Higgs interagit de plus avec les champs fermioniques, *via* des couplages dits de Yukawa (ici pour la première génération) :

$$\mathcal{L}_Y = -y_l \overline{L_L} \phi l_R - y_d \overline{Q_L} \phi d_R - y_u \overline{Q_L} \tilde{\phi} u_R + h.c. \tag{2.4}$$

où l'on a défini :

$$\tilde{\phi} = i\sigma_2 \phi^* \tag{2.5}$$

2.1.2 Brisure de la symétrie électrofaible

Le potentiel de Higgs $V(\phi)$ ne possédant pas un minimum pour $\phi^\dagger\phi$ nul mais pour $\phi^\dagger\phi = \frac{\mu^2}{2\lambda}$, le champs de Higgs prend une valeur moyenne dans le vide (v.e.v, pour *vaccum expectation value*). Il existe en fait une infinité de valeurs moyennes de ϕ, reliées les unes aux autres par des transformations de jauge $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$. Le choix d'une v.e.v en particulier constitue donc une brisure spontanée de cette symétrie (le champ de Higgs prend une valeur qui n'est pas invariante de jauge, bien que la théorie sous-jacente soit totalement invariante).

On choisit comme v.e.v de référence :

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad \text{avec } v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} \tag{2.6}$$

On écrit alors le doublet de Higgs à l'aide de 4 champs réels :

$$\phi(x) = \exp\left(i\frac{\pi^a(x)}{v}\sigma_a\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v + h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

où le champ h mesure l'écart de $\phi^\dagger\phi$ à sa v.e.v et les champs π^a, appelés champs de Goldstone, correspondent à la transformation de jauge entre le champs de Higgs et sa v.e.v de référence.

Une redéfinition des champs de jauge permet de faire disparaitre les bosons de Goldstone du lagrangien, qui devient alors :

$$\mathcal{L}_h = (\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - V(h) + \frac{(v+h)^2}{8}(g^2\|W^1\|^2 + g^2\|W^2\|^2 + \|g'B - gW^3\|^2) \tag{2.8}$$

où $\|\cdot\|$ désigne la quadrinorme et où le potentiel V prend la forme :

$$V(h) = \mu^2 h + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4}h^4 \tag{2.9}$$

Soit θ_W l'angle de Weinberg :

$$\cos(\theta_W) = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} \quad \text{et} \quad \sin(\theta_W) = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} \tag{2.10}$$

Considérons les combinaisons linéaires des champs de jauge suivantes :

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \pm iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \tag{2.11}$$

$$Z_\mu = \sin\theta_W B_\mu - \cos\theta_W W_\mu^3 \tag{2.12}$$

$$A_\mu = \cos\theta_W B_\mu + \sin\theta_W W_\mu^3 \tag{2.13}$$

Le lagrangien du secteur de Higgs devient alors :

$$\mathcal{L}_h = (\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - V(h) + \frac{(v+h)^2}{8}(2g^2\|W^+\| + (g^2+g'^2)\|Z\|) \tag{2.14}$$

Le champ réel h correspond à un boson scalaire (spin 0), le boson de Higgs [3], de masse $m_h = \sqrt{2}\mu$. La brisure spontanée de symétrie fait de plus apparaître des termes de masses pour les nouveaux bosons de jauge. W^+ et W^- forment un champ de jauge complexe et Z un champ de jauge réel, de masses respectives :

$$m_W = \frac{vg}{2} \quad \text{et} \quad m_Z = \frac{v\sqrt{g^2+g'^2}}{2} = \frac{m_W}{\cos\theta_W} \tag{2.15}$$

Ces champs de jauge ayant acquis une masse, ils possèdent trois polarisations, dont une longitudinale, qui correspond au boson de Goldstone, contrairement aux bosons sans masse, qui n'en possèdent que deux, transverses.

On observe enfin que la dérivée covariante dans une représentation associée aux générateurs de $\mathrm{SU}(2)_L$ τ_a et d'hypercharge Y devient :

$$D_\mu = \partial_\mu - ig(W_\mu^+\tau_+ + W_\mu^-\tau_-) - i\frac{g}{\cos\theta_W}Z_\mu(\tau_3 - \sin^2\theta_W\hat{Q}) - ieA_\mu\hat{Q} \tag{2.16}$$

avec $\tau_\pm = (\tau_1 \pm i\tau_2)/\sqrt{2}$, et où l'on a défini la constante de couplage électromagnétique e et l'opérateur charge électrique $\hat{Q}$:

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'2}} = g\sin\theta_W \tag{2.17}$$

$$\hat{Q} = \tau_3 + Y\,\mathrm{Id} \tag{2.18}$$

Après brisure de symétrie, les couplages de Yukawa donnent des termes de masses pour les quarks et les leptons chargés. Il existe de plus des couplages entre le boson de Higgs h et toutes les particules massives.

2.2 Astrophysique, cosmologie et matière noire

La distribution radiale de vitesse des galaxies spirales est la première preuve obtenue de l'existence d'une matière dite noire, invisible au télescope, mais interagissant gravitationnellement avec la matière ordinaire. Depuis, les effets de cette matière noire ont été observés à diverses échelles astrophysiques et cosmologiques, notamment par des effets de lentille gravitationnelle. Il existe deux grands modèles cosmologiques décrivant l'évolution de la matière noire au cours de l'histoire de l'univers, selon ses propriétés. Le modèle de la matière noire chaude décrit des particules relativistes (de vitesse proche de celle de la lumière), tels les neutrinos. Celui de la matière noire froide décrit des particules non relativistes et est le modèle le plus favorisé par les observations actuelles. Il décrit notamment les candidats issus d'une extension du secteur de Higgs et est donc à considérer pour les modèles que nous étudions.

2.2.1 Équation de Boltzmann

On notera la matière noire χ. Dans l'univers primordial, on suppose que χ est en équilibre thermique avec le plasma de matière ordinaire. L'évolution de la distribution de particules χ dans l'espace des phases $f(\vec{x}, \vec{p}, t)$ est donnée par l'équation de Boltzmann :

$$\hat{L}[f] = \hat{C}[f] \tag{2.19}$$

où $\hat{L}$ est l'opérateur de Liouville, décrivant la variation temporelle totale de f, et $\hat{C}$ est l'opérateur de collision, décrivant les créations et annihilations de particules χ, sous la forme d'une intégrale.

Dans le modèle cosmologique de Freidmann-Robinson-Walker (FRW), la distribution dépend seulement de t et de l'énergie E des particules et l'opérateur de Liouville prend la forme :

$$\hat{L}[f] = \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{R}}{R}\frac{\vec{p}^2}{E}\frac{\partial f}{\partial E} \tag{2.20}$$

avec R le facteur d'échelle du modèle FRW, décrivant l'expansion de l'univers, relié au paramètre de Hubble H :

$$H = \frac{\dot{R}}{R} \tag{2.21}$$

En introduisant la densité n de particules χ (avec g le nombre de degrés internes de liberté de la particule χ) :

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3\vec{p} f \tag{2.22}$$

on peut ré-écrire l'équation de Boltzmann sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + 3Hn = \frac{g}{(2\pi)^3}\int \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}}{E}\hat{C}[f] \tag{2.23}$$

2.2.2 Section efficace moyennée

On supposera par la suite que l'on peut approximer les distributions dans l'espace des phases des particules à l'équilibre par une distribution de Maxwell-Boltzmann (au lieu des distributions de Bose-Einstein ou de Fermi-Dirac). Pour un processus d'annihilation $1, 2 \leftrightarrow a, b, ...$, décrit par une section efficace σ, on peut introduire la section efficace moyennée sur les distributions à l'équilibre des particules 1 et 2 :

$$< \sigma v >= \frac{1}{n_1^{eq} n_2^{eq}}\int g_1 \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3} g_2 \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3} f_1^{eq} f_2^{eq} \sigma v \tag{2.24}$$

avec v la vitesse relative entre les deux particules.

En supposant que les processus de création et de destruction des particules de matière noire sont des annihilations $\chi\chi \leftrightarrow$ MS, où MS désigne des particules du Modèle Standard, on peut ré-écrire le terme de collision dans l'équation de Boltzmann, qui prend alors la forme :

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + 3Hn =< \sigma v > (n_{eq}^2 - n^2) \tag{2.25}$$

On note T la température du plasma primordial et x le paramètre :

$$x = \frac{m_\chi}{T} \tag{2.26}$$

La distribution de Maxwell-Boltzmann donne pour une particule relativiste (avec $\mathcal{K}_n$ la fonction de Bessel modifiée d'ordre n) :

$$n_{eq} = \frac{m_\chi^3 \mathcal{K}_2(x)}{2\pi^2 x} \tag{2.27}$$

Si la section efficace d'annihilation ne dépend que de la variable de Mandesltam s (telle que $\sqrt{s}$ soit l'énergie dans le centre de masse des deux particules de matière noire), alors la moyenne thermique se réduit à :

$$< \sigma v >= \frac{m_\chi}{64\pi^4 x n_{eq}^2} \int_{4m_\chi^2}^{+\infty} \mathrm{d}s\, s\sigma v \sqrt{s - 4m_\chi^2}\, \mathcal{K}_1\left(\frac{x\sqrt{s}}{m_\chi}\right) \tag{2.28}$$

2.2.3 Freeze-out et densité relique

On définit la largeur de désintégration effective comme $\Gamma =< \sigma v > n_{eq}$. Pour une particule de matière noire froide, on distingue alors deux régimes dans l'évolution de n. Lorsque $H \leq \Gamma$, l'expansion de l'univers n'est pas encore assez importante pour empêcher les particules de matière noire de se rencontrer et de s'annihiler : la matière noire est alors approximativement en équilibre avec le plasma de matière ordinaire et suit une distribution de Maxwell-Boltzmann. La densité de matière noire décroit exponentiellement avec x, jusqu'à ce que $H \geq \Gamma$. La population de matière noire est alors trop "diluée" par l'expansion de l'univers pour qu'il puisse y avoir annihilation : on quitte alors le régime d'équilibre avec le plasma, la matière noire découple et n'est plus produite ou détruite. On parle alors de *freeze-out*. Dans ce régime, la densité de matière noire n'évolue plus qu'à cause de l'expansion de l'univers, jusqu'à atteindre sa densité actuelle.

On note $T_f = x_f m_\chi$ la température de *freeze-out*, à laquelle $\Gamma = H$. On montre alors que x_f est de l'ordre de 20 : le *freeze-out* a donc lieu lorsque la température est aux alentours du 20ème de la masse de la matière noire. On note Ω_{DM} le rapport entre la densité d'énergie de matière noire ρ_{DM} et la densité d'énergie critique ρ_c :

$$\rho_c = \frac{3c^2 H^2}{8\pi G} \tag{2.29}$$

χ étant non relativiste, on a $\rho_{DM} \simeq m_\chi n$. On montre alors, en estimant la valeur de n au freeze-out et en prenant en compte l'expansion de l'univers, que la densité actuelle d'énergie, appelée densité relique, est telle que :

$$\Omega_{DM} \simeq \frac{3 \times 10^{-27}\ \mathrm{cm}^3.s^{-1}}{< \sigma v >_f} \tag{2.30}$$

Les mesures expérimentales de la densité relique donnent une valeur $\Omega_{DM} = 0.11$, ce qui correspond à une section efficace moyennée au freeze-out :

$$< \sigma v >_f \simeq 3 \times 10^{-26}\ \mathrm{cm}^3.s^{-1} \tag{2.31}$$

2.3 Établissement d'un nouveau modèle

En théorie quantique des champs [1, 2], un modèle est totalement déterminé par son lagrangien $\mathcal{L}$, qui dépend des champs étudiés et de leurs dérivées premières. Nous rappellerons dans cette partie quelques contraintes que ce lagrangien doit respecter.

Le lagrangien est formé d'une somme d'opérateurs de champs (dans le formalisme de la seconde quantification), *i.e.* des produits tensoriels des champs considérés. Étant un opérateur physique, le lagrangien doit être hermitien.

2.3.1 Symétries

La notion de symétrie est une des notions centrales de la théorie quantique des champs. Elle permet de restreindre la forme des termes apparaissant dans le lagrangien, en lui imposant d'être invariant selon certaines transformations. Ces transformations peuvent être globales, *i.e.* indépendantes du point de l'espace temps considéré, ou à l'inverse locales. Le Modèle Standard possède par exemple une symétrie locale : sa symétrie de jauge $\mathcal{G} = \mathrm{SU}(3)_c \times \mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$.

Toute théorie relativiste des champs doit bien entendu vérifier la symétrie de Lorentz, issue de la relativité restreinte, qui impose au lagrangien d'être un scalaire sous le groupe des rotations de l'espace-temps SO(3,1).

2.3.2 Dimensions

La seule dimension physique existant en théorie quantique des champs est celle d'énergie E. Ainsi les énergies, les masses et les impulsions sont de dimension E et les longueurs et le temps de dimension E^{-1}. L'action étant sans dimension et étant l'intégrale sur l'espace temps du lagrangien, celui-ci est de dimension E^4.

Les champs décrits pas la théorie ont une dimension qui dépend de leur spin : les champs bosoniques sont de dimension E et les champs fermioniques de dimension $E^{\frac{3}{2}}$. Les opérateurs compris dans un lagrangien sont constitués d'un produit de champs, de dimension E^d, multiplié par un paramètre, qui doit donc être de dimension E^{d-4}. Par simplicité, on appelle d la dimension de l'opérateur. Ainsi, l'opérateur du Modèle Standard $\mu^2\phi^\dagger\phi$ est de dimension 2 et l'opérateur $B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$ est de dimension 4.

La théorie de la renormalisation étudie des processus impliquant des boucles quantiques et des possibles divergences dans les calculs de théorie quantique des champs. Elle impose aux opérateurs apparaissant dans un lagrangien d'être de dimension inférieure ou égale à 4. Cette condition permet de restreindre fortement le nombre d'opérateurs à considérer lors de l'écriture du lagrangien décrivant certains champs. La renormalisation, cependant, implique aussi d'écrire tous les termes possibles (à conditions qu'ils respectent les symétries imposées au modèle).

Il est intéressant de remarquer ici que l'unique terme de dimension inférieure à 4 apparaissant dans le lagrangien du Modèle Standard est $\mu^2\phi^\dagger\phi$. En effet, tous les autres opérateurs qu'il est possible de former à partir des champs de jauge, fermioniques et de Higgs et qui respectent les symétries de jauge et de Lorentz sont de dimension 4.

Remarquons tout de même qu'il est possible de considérer des opérateurs de dimensions supérieures à 4 et donc non renormalisables, lorsque l'on veut étudier l'approximation d'un lagrangien à basse énergie. On parle alors de théorie effective des champs, sur laquelle nous reviendrons dans la partie 4.

3 Modèle scalaire $\mathbb{Z}_2$

Dans cette partie, nous aborderons le premier modèle que nous avons étudié. Il s'agit de l'extension la plus simple du secteur de Higgs : le rajout d'un champ scalaire χ, invariant sous toutes les transformations de jauge du MS [4, 5, 6]. Après avoir posé le modèle, nous détaillerons sa phénoménologie et la comparaison des résultats théoriques obtenus aux contraintes expérimentales.

3.1 Présentation du modèle

Nous avons tout d'abord cherché à écrire le lagrangien le plus général possible comprenant les champs du MS et le champ χ et respectant les contraintes mentionnées dans la section précédente : nous avons donc établi la liste de tous les opérateurs de dimension inférieure ou égale à 4, invariant sous les transformations de jauge et de Lorentz.

Intéressons nous tout d'abord aux opérateurs ne comprenant pas de dérivées de χ. Outre les puissances du champs χ, les autres possibilités sont les produits d'une puissance de χ avec un produit de champs standards, invariant de jauge, qui doit donc être compris dans le lagrangien du MS. Les puissances de χ étant de dimension au moins 1, cet opérateur doit être de dimension inférieure à 4. Il n'y a donc qu'une possibilité : $\phi^\dagger\phi$. On construit ainsi 2 opérateurs, de dimensions 3 et 4 : $\chi\phi^\dagger\phi$ et $\chi^2\phi^\dagger\phi$.

De la même façon, nous avons montré que le seul opérateur pouvant comprendre une dérivée de χ est le terme cinétique $(\partial_\mu\chi)(\partial^\mu\chi)$. Ainsi, on obtient l'expression la plus générale du lagrangien pour ce modèle :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{MS} + (\partial_\mu\chi)(\partial^\mu\chi) - V(\phi,\chi) \tag{3.1}$$

avec le potentiel :

$$V(\phi,\chi) = -\mu_\chi^2\chi^2 + \rho_\chi\chi^3 + \lambda_\chi\chi^4 + d\chi\phi^\dagger\phi + K\chi^2\phi^\dagger\phi \tag{3.2}$$

Remarque : nous avons fait disparaitre l'opérateur χ en effectuant une redéfinition du champ $\chi \to \chi + a$, avec a constante.

3.2 Symétrie $\mathbb{Z}_2$

La matière noire devant encore être présente en grande quantité, il faut qu'elle soit stable (ou que son temps de vie soit supérieur à l'âge de l'univers). Les termes de désintégrations de χ sont notamment ceux comprenant seulement un χ et des particules du MS, comme $d\chi\phi^\dagger\phi$. Une façon de faire disparaître ces opérateurs est d'imposer une symétrie supplémentaire au modèle : la symétrie $\mathbb{Z}_2$, qui transforme χ en $-\chi$ (et qui ne transforme pas les champs du MS). On fait ainsi disparaître tous les termes de degré impair en χ :

$$V(\phi,\chi) = -\mu_\chi^2\chi^2 + \lambda_\chi\chi^4 + K\chi^2\phi^\dagger\phi \tag{3.3}$$

3.3 Valeurs moyennes dans le vide

Les champs ϕ et χ possédant un potentiel, ils peuvent prendre une v.e.v non nulle. Le champ de Higgs étant responsable de la brisure de symétrie électrofaible, qui donne leur masse aux bosons de jauge, ϕ doit prendre la même v.e.v que dans le mécanisme de Higgs standard.

Si le champ χ prend une v.e.v w, il faut considérer le champ $\tilde{\chi} = \chi - w$. Le développement des termes dans le potentiel donne notamment des termes de mixage entre $\tilde{\chi}$ et h, de la forme $b\tilde{\chi}h$. La diagonalisation de la matrice de masse (termes quadratiques) donne alors les champs physiques h' et χ' à considérer (états propres de masse), sous la forme d'une combinaison linéaire de $\tilde{\chi}$ et h. En remplaçant alors h par son expression en fonction de h' et χ' dans le lagrangien du MS, on obtient des termes de désintégration de χ, identiques aux désintégrations du boson de Higgs standard, pondérés par le sinus d'un angle de mixage s.

Afin d'assurer la stabilité de la particule, on impose que son temps de vie soit supérieur à l'âge de l'univers τ, soit $\Gamma < 1/\tau = 7.7 \times 10^{-31}$ MeV, avec Γ la largeur de désintégration de χ'. Supposons

un cas extrême où la matière noire soit trop légère pour se désintégrer, à part en une paire électron-positron (par exemple $m_\chi = 10$ MeV). Nous avons effectué le calcul de la largeur de désintégration de χ' (avec θ_s le sinus de l'angle de mélange).

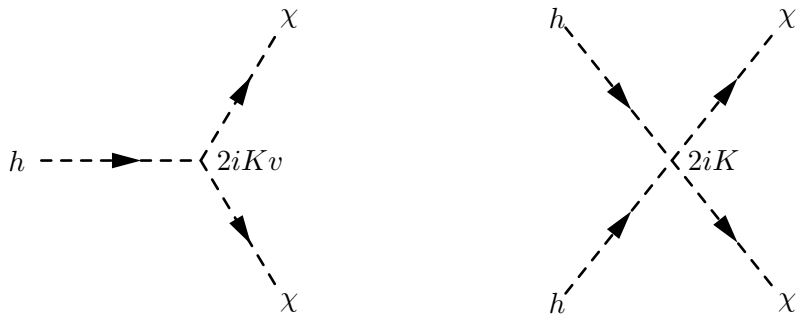
$$\Gamma = \sin^2\theta_s \frac{m_e^2 m_\chi}{8\pi v^2}\left(1 - 4\frac{m_e^2}{m_\chi^2}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{3.4}$$

La condition sur Γ impose alors que le sinus de l'angle de mélange soit inférieur à 10^{-10}. Avoir un mélange aussi faible revient à considérer que χ ne prend pas de v.e.v. Ce cas se présente pour de nombreuses valeurs des paramètres, notamment lorsque $-\mu_\chi^2$ où K sont suffisamment grands.

3.4 Règles phénoménologiques

Nous avons donc considéré le modèle scalaire, protégé par une symétrie $\mathbb{Z}_2$. On suppose que le champ de Higgs prend la même v.e.v v que dans le MS et que χ garde une v.e.v nulle. Après ré-écriture du champs de Higgs sous la forme (2.7) et développement du potentiel (3.3), on obtient la phénoménologie suivante :

- Le boson de Higgs h possède les mêmes couplages avec le MS que dans le cas sans scalaire. Sa masse est quant à elle fixée par l'expérience aux alentours de 125 GeV.
- Le boson scalaire χ acquiert une masse m_χ, s'exprimant en fonction des paramètres du potentiel, ainsi qu'un couplage quartique à 4 χ, que l'on n'étudiera pas ici
- Le boson χ couple au MS seulement *via* le boson de Higgs, par les vertex suivants :



Les deux paramètres pertinents du modèle sont la masse de χ, m_χ, et le couplage K, qui mesure l'interaction de χ avec le boson de Higgs. Nous allons maintenant étudier quelles sont les régions de l'espace des paramètres (m_χ, K) qui peuvent correspondre à la matière noire et qui ne sont pas interdites par les contraintes expérimentales.

3.5 Densité relique

La première contrainte à poser sur un modèle de matière noire est de s'assurer que la densité relique du candidat soit en accord avec les mesures astrophysiques. Il faut donc, en suivant le raisonnement de la section 2.2, imposer à la section efficace moyennée d'être égale à 3.0×10^{-26} cm^3.s^{-1}, selon (2.31).

Dans notre modèle, toutes les annihilations $\chi\chi \leftrightarrow$ MS se font par l'échange d'un boson de Higgs en canal s. Les états finaux possibles sont ceux de la désintégrations du Higgs : les principaux canaux à considérer sont donc $\chi\chi \leftrightarrow b\bar{b}$ à basse masse et $\chi\chi \leftrightarrow W^+W^-$, ZZ lorsque la masse de la matière noire devient suffisante pour les créer.

Nous avons donc calculé les sections efficaces associées à ces annihilations. Bien qu'à haute énergie, le processus $\chi\chi \leftrightarrow W^+W^-$ soit dominant lorsque les deux bosons W sont réels, la création d'un W virtuel est non négligeable avant l'ouverture du canal sur couche de masse. Nous avons donc calculé aussi la section efficace $\chi\chi \leftrightarrow WW^*$, en considérant un W virtuel qui se désintègre de manière leptonique. Le détail de ce calcul est donné dans l'annexe B, à titre d'exemple.

Les résultats analytiques de ces calculs sont donnés ci-dessous, sous la forme de sections efficaces multipliées par la vitesse relative et exprimées en fonction de la variable de Mandelstam s (Γ_h et Γ_W désignent les largeurs de désintégration des bosons de Higgs et W).

$$\sigma_{b\bar{b}} v_{rel} = \frac{K^2 m_b^2}{\pi s^{3/2}} \frac{\left(s - 4m_b^2\right)^{3/2}}{(s - m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2} \tag{3.5}$$

$$\sigma_{WW} v_{rel} = \frac{K^2}{2\pi s^{3/2}} \frac{\sqrt{s - 4m_W^2}\left(s^2 - 4m_W^2 s + 12m_W^4\right)}{(s - m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2} \tag{3.6}$$

$$\sigma_{ZZ} v_{rel} = \frac{K^2}{4\pi s^{3/2}} \frac{\sqrt{s - 4m_Z^2}\left(s^2 - 4m_Z^2 s + 12m_Z^4\right)}{(s - m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2} \tag{3.7}$$

$$\sigma_{WW^*} v_{rel} = \frac{3m_W^4 K^2}{8v^2\pi^3} \frac{1}{(s - m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2} \int_{2m_W/\sqrt{s}}^{1+m_W^2/s} \mathrm{d}x\, f(x,s) \tag{3.8}$$

où l'intégrande $f(x,s)$ est donnée par :

$$f(x,s) = \frac{\sqrt{x^2 - 4\frac{m_W^2}{s}}\left(x^2 - \frac{12m_W^2 x}{s} + \frac{8m_W^2}{s} + \frac{12m_W^4}{s^2}\right)}{(1-x)^2 + \frac{\Gamma_W^2 m_W^2}{s^2}} \tag{3.9}$$

À partir de ces formules, nous avons calculé la section efficace moyennée totale, en utilisant l'expression (2.28). Pour cela, nous avons utilisé le logiciel Mathematica, afin d'effectuer ces calculs de manière numérique. Imposer alors la valeur de $< \sigma v_{rel} >$ qui redonne la bonne abondance relique (2.31) donne une relation entre la masse du candidat m_χ et le couplage K, présentée en violet dans la figure 2.

Il existe des méthodes d'approximation de la section efficace moyennée provenant du développement limité de σv_{rel} en puissance de v_{rel}. Ces approximations sont utiles pour des sections efficaces ayant un comportement régulier, sans trop de variations : c'est le cas pour nos processus, en dehors des résonances du Higgs (et du W pour le canal avec un W virtuel). Nous avons alors comparé ces approximations avec le calcul numérique intégral et vérifier que celui-ci était nécessaire lorsque l'on était proche des résonances.

3.6 Désintégration invisible du Higgs

L'une des fortes contraintes provenant de la physique des particules concerne les désintégrations du boson de Higgs. En effet, la particule χ n'est pas détectée dans les accélérateurs de particules tel le LHC et un processus $h \to \chi\chi$ y serait donc invisible. Les expériences du LHC, comme CMS ou ATLAS, donnent une limite expérimentale sur le taux de désintégration invisible : le rapport d'embranchement doit être inférieur à 20%, ce qui équivaut à $\Gamma_{inv} < \frac{1}{4}\Gamma_{SM}$, où Γ_{inv} est la largeur de désintégration du Higgs en $\chi\chi$ et Γ_{SM} la largeur de désintégration totale du Higgs dans le modèle standard, soit 4.5 MeV.

Nous avons calculé l'expression de Γ_{inv}

$$\Gamma_{inv} = \frac{K^2 v^2}{8\pi m_h}\sqrt{1 - 4\frac{m_\chi^2}{m_h^2}} \tag{3.10}$$

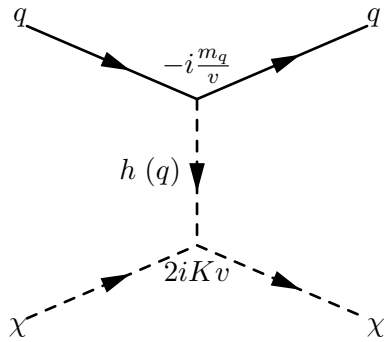
et en avons déduit la région de l'espace des paramètres interdite par la contrainte du LHC (nous avons pris, comme dans la suite du rapport, $m_h = 125.3 \pm 0.9$ GeV [7]). Cette région est indiquée en rouge dans la figure récapitulative 2, avec les autres contraintes.

3.7 Détection directe

Il est possible d'observer directement l'interaction de la matière noire avec la matière ordinaire. Pour cela, on place des cibles fixes composées d'atomes lourds dans une zone isolée des rayons cosmiques. Les particules de matière noire composant le halo galactique, qui elles interagissent très peu avec la

matière ordinaire, bombardent les cibles. Un processus de diffusion élastique de la matière noire sur les nucléons, *via* l'échange d'un boson de Higgs en canal t, donne une énergie de recul au noyau, qui est détectée. Les expériences de détection directe basée sur ce principe donne alors une limite sur la section efficace de diffusion sur un nucléon [8].

Nous avons tout considéré la diffusion de χ sur un quark, selon le diagramme de Feynman suivant :



La particule χ étant celle d'un halo galactique, sa vitesse est très faible et la diffusion se fait à basse énergie ; on peut alors négliger q^2 devant m_h^2 dans le propagateur du Higgs. On approxime la diffusion comme une interaction de contact entre χ et le quark, de couplage $a_q = Km_q/m_h^2$:

$$\mathcal{L} = a_q \chi^2 q\bar{q} \tag{3.11}$$

Le passage à la diffusion efficace sur un nucléon se fait grâce aux coefficients partoniques provenant de la chromodynamique quantique ([9], section 7.3). Nous avons montré que dans notre cas, on peut écrire un lagrangien effectif $\mathcal{L} = a_n \chi^2 n\bar{n}$, avec un couplage :

$$a_n = \frac{Km_n}{9m_h^2}\left(2 + 7\sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^{(n)}\right) \tag{3.12}$$

où les coefficients partoniques pour les quarks légers (exprimant la fraction d'énergie portée par ces quarks dans le noyau immobile) valent pour le proton et le neutron :

$$\begin{aligned} f_{Tu}^{(p)} &= 0.017, \quad f_{Td}^{(p)} = 0.022, \quad f_{Ts}^{(p)} = 0.053, \\ f_{Tu}^{(n)} &= 0.011, \quad f_{Td}^{(n)} = 0.034, \quad f_{Ts}^{(n)} = 0.053 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Ce calcul prend en compte les contributions des gluons de la mer du nucléon, qui couplent au Higgs *via* une boucle de quarks lourds (charm, bottom et top, *i.e.* les quarks de masse supérieure à l'échelle d'énergie de la chromodynamique quantique). Nous avons ensuite calculé l'élément de matrice de diffusion d'un quark sur un nucléon, en négligeant l'énergie échangée devant la masse du nucléon, χ ayant une vitesse faible :

$$|\mathcal{M}|^2 = 16 a_n^2 m_n^2 \tag{3.14}$$

Après intégration sur l'espace des phases, on obtient la section efficace de diffusion :

$$\sigma = \frac{a_n^2 m_n^2}{\pi s} \tag{3.15}$$

avec s l'énergie dans le centre de masse au carré, qui vaut $s = (m_n + m_\chi)^2$ dans l'approximation des faibles vitesses. On a alors, en remplaçant a_n par son expression :

$$\sigma = \frac{K^2 m_n^4}{81\pi(m_n + m_\chi)^2 m_h^2}\left(2 + 7\sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^{(n)}\right)^2 \tag{3.16}$$

Nous avons alors comparé cette valeur aux limites expérimentales posées par les expériences de détection directe, en particulier Xenon, afin de déterminer la région de l'espace des paramètres permise. La région interdite est indiquée en vert dans la figure 2.

3.8 Détection indirecte

Au sein du halo de notre galaxie, les particules de matière noire peuvent s'annihiler en des particules du MS, selon les mêmes processus que dans la section 3.5. Les états finaux de ces annihilations vont alors eux même se désintégrer et former, par une chaîne de réactions, des rayons cosmiques dont une partie arrive sur Terre, où l'on peut les détecter *via* des satellites. Certains de ces rayons cosmiques, notamment ceux d'anti-protons et de photons, possèdent assez peu de fonds pour imaginer détecter des signes de la présence de matière noire dans notre galaxie. On parle alors de détection indirecte.

Les expériences Pamela (anti-protons) [10] et Fermi-LAT (photons) [11] donnent des limites sur les sections efficaces moyennées des annihilations de matière noire en différents canaux, en particulier $b\bar{b}$, W^+W^- et ZZ. Les formules de ces sections efficaces sont données de (3.5) à (3.8). La température actuelle de notre galaxie étant très faible, on peut considérer le halo de matière noire comme approximativement de vitesse nulle : la moyenne thermique des sections efficaces peut alors être calculée en prenant leur valeur pour $s = 4m_\chi^2$, ce qui correspond à l'énergie dans le centre de masse de deux particules de matière noire au repos. Après avoir vérifié qu'il s'agissait d'une bonne approximation, nous avons calculé la valeur de ces sections efficaces dans le halo de notre galaxie.

Nous avons ensuite extrait les limites expérimentales provenant de Fermi (un peu plus contraignantes que celles de Pamela). L'article original de l'expérience [11] donne les limites sur les différents canaux, dans l'hypothèse où ceux-ci correspondent à 100 % des annihilations de la matière noire. Nous avons donc extrait de ces résultats une limite sur chacun de nos canaux, dans l'approximation où ceux-ci produisent des photons dans un même spectre énergétique, en considérant la fraction de flux provenant de chaque processus. La comparaison avec ces données nous a permis d'exclure certaines valeurs de nos paramètres, qui sont représentées en bleu dans la figure 2.

Les rayons cosmiques de photons issus des annihilations en $b\bar{b}$, W^+W^- et ZZ possèdent un spectre énergétique continu, étant le résultat de plusieurs désintégrations après l'annihilation. Il est cependant possible de considérer la production directe de deux photons par l'échange d'un boson de Higgs en canal s et une boucle de fermions ou de bosons de jauge. Les photons ainsi produits ont alors une énergie totalement déterminée par la masse de la matière noire. De telles réactions engendreraient donc des pics monochromatiques dans le spectre de photons observé par Fermi, qui donne donc une limite supérieure sur la section efficace du processus.

Nous avons déduit la formule pour cette section à partir du résultat de la désintégration du boson de Higgs en $\gamma\gamma$ [3], en la réadaptant à notre processus (la somme étant entendue sur les fermions du MS) :

$$\sigma_{\gamma\gamma} v_{rel} = \frac{K^2 s \alpha^2}{32\pi^3 \left[(s-m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2\right]} \left| \sum_f N_c(f) Q_f^2 A_{1/2}(\tau_f) + A_1(\tau_W) \right|^2 \tag{3.17}$$

avec α la constante de structure fine, $N_c(f)$ et Q_f le nombre de couleurs et la charge du fermion f, $\tau_i = \dfrac{s}{4m_i^2}$ et :

$$A_{1/2}(\tau) = 2\left[\tau + (\tau-1) f(\tau)\right] \tau^{-2} \tag{3.18}$$

$$A_1(\tau) = -\left[2\tau^2 + 3\tau + 3(2\tau-1) f(\tau)\right] \tag{3.19}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} -\frac{1}{4}\left|\log\left(\frac{1+\sqrt{1-1/\tau}}{1-\sqrt{1-1/\tau}}\right) - i\pi\right|^2 & \text{si } \tau > 1 \\ \arcsin^2\left(\sqrt{\tau}\right) & \text{si } \tau < 1 \end{cases} \tag{3.20}$$

La contrainte ainsi apportée sur notre modèle est reportée en jaune sur la figure 2.

3.9 Monojet

La production d'un boson de Higgs au LHC peut être accompagnée par la production d'un gluon ou d'un quark, qui va alors s'hadroniser, *i.e.* se désintégrer en un cône de hadrons (particules composites comme les pions et les nucléons), qu'on appelle un jet. Par exemple, le mode de production principal est celui de fusion de gluons $gg \to h$, *via* une boucle de quark top ; on peut alors considérer le cas où l'un des gluons de l'état initial ou le top dans la boucle émet un autre gluon, aboutissant au processus $gg \to hg$.

De la même façon que pour la désintégration invisible du Higgs, les processus où le boson de Higgs ainsi produit se désintègre en deux particules χ donnent une signature expérimentale où seul le jet issu du gluon est détecté : on parle alors de monojet. Il existe peu d'événements du MS possédant une signature expérimentale proche, ce qui permet aux expériences du LHC de contraindre de manière significative la section efficace de production d'un monojet [12].

L'élément de matrice du processus $gg \to hg$ a été calculé dans [13], à l'aide d'un vertex effectif entre deux gluons et un boson de Higgs, décrivant la boucle de top dans la limite où $2m_t \gg m_h$, ce qui est le cas. Nous avons alors déduit de ce résultat l'élément de matrice du processus $gg \to \chi\chi g$, qui conduit à un monojet. On notera k_1 et k_2 les impulsions des gluons entrants, k l'impulsion du gluon sortant (jet) et q l'impulsion portée par le boson de Higgs virtuel qui se désintègre en $\chi\chi$. L'élément de matrice s'exprime en fonction des variables de Mandelstam $\hat{s} = (k_1 + k_2)^2$, $\hat{t} = (k - k_1)^2$ et $\hat{u} = (k - k_2)^2$, qui vérifient $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = q^2$:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{K^2 \alpha_s^3}{6\pi \left[(q^2 - m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2\right]} \frac{q^8 + \hat{s}^4 + \hat{t}^4 + \hat{u}^4}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}} \ . \tag{3.21}$$

Nous avons alors montré, en étudiant l'espace des phases à trois corps de ce processus, que la section efficace différentielle du processus $gg \to hg$, est donnée par :

$$\frac{\mathrm{d}^2\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}\mathrm{d}\hat{u}} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{512\pi^3 \hat{s}^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{q^2}} \, , \tag{3.22}$$

les régions d'intégration étant délimitées par $4m_\chi^2 - \hat{s} \leq \hat{t}$, $\hat{u} \leq 0$ et $q^2 = \hat{s} + \hat{t} + \hat{u} \geq 4m_\chi^2$.

Le LHC réalise des collisions entre protons, qui sont composés de quarks et de gluons, portant une fraction de l'impulsion totale. Afin d'étudier les monojets au LHC, il faut donc prendre en compte cette composition, afin de passer du processus dit partonique $gg \to hg$, au processus protonique $pp \to hg$.

On note p_1 et p_2 les impulsions des protons et x_1 et x_2 les fractions d'impulsions portées par les gluons : $k_i = x_i p_i$, $x_i \in [0, 1]$. L'énergie dans le centre de masse partonique est reliée à l'énergie de collision du LHC $\sqrt{s} = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}$ par $\sqrt{\hat{s}} = \sqrt{x_1 x_2 s}$. La probabilité qu'un gluon porte la fraction d'impulsion x_i est donnée par la fonction de densité partonique (PDF) $f_g(x_i)$ [2]. La section efficace protonique s'obtient alors en intégrant sur x_1 et x_2 entre 0 et 1, en pondérant par les PDFs :

$$\sigma = \int_0^1 \mathrm{d}x_1 \, f_g(x_1) \int_0^1 \mathrm{d}x_2 \, f_g(x_2) \, \hat{\sigma} \tag{3.23}$$

On se place dans le référentiel des expériences du LHC (référentiel du centre de masse protonique), qui est relié au référentiel du centre de masse partonique par une transformation de Lorentz de rapidité (boost) $y_b = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$. On choisit l'axe z comme l'axe de collision des protons. On repère alors le jet par son impulsion transverse $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ et sa rapidité $y = \ln\left(\tan\frac{\theta}{2}\right)$, où θ est l'angle entre l'impulsion du jet et l'axe z, qui sont reliés à $\hat{t}$ et $\hat{u}$ par :

$$\hat{t} = -x_1 \sqrt{s} p_T e^{-y} \tag{3.24}$$

$$\hat{u} = -x_2 \sqrt{s} p_T e^{y} \tag{3.25}$$

Nous avons alors effectué le changement de variables permettant de passer de $\hat{t}$ et $\hat{u}$ à p_T et y :

$$\frac{\mathrm{d}^2\hat{\sigma}}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{256\pi^3\hat{s}}p_T\sqrt{1-\frac{4m_\chi^2}{q^2}} \tag{3.26}$$

$$\text{avec} \qquad q^2 = sx_1x_2 - p_T\sqrt{s}\left(x_1e^{-y}+x_2e^{y}\right) \tag{3.27}$$

et avons montré, qu'à p_T et y fixés, la section efficace différentielle protonique est donnée par :

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y} = \frac{K^2\alpha_s^3p_T}{1536\pi^4}\int_{x_{1,min}}^{1}\mathrm{d}x_1\,f_g(x_1)\int_{x_{2,min}(x_1)}^{1}\mathrm{d}x_2\,f_g(x_2)\,\frac{\sqrt{1-\frac{4m_\chi^2}{q^2}}}{(q^2-m_h^2)^2+\Gamma_h^2m_h^2}\frac{q^8+\hat{s}^4+\hat{t}^4+\hat{u}^4}{\hat{s}^2\hat{t}\hat{u}} \tag{3.28}$$

avec les limites inférieures sur $x_{1,2}$, provenant de la contrainte $q^2 \geq 4m\chi^2$:

$$x_{1,min} = \frac{4m_\chi^2+e^yp_T\sqrt{q}}{s-e^{-y}p_T\sqrt{s}} \tag{3.29}$$

$$x_{2,min}(x_1) = \frac{4m_\chi^2+e^{-y}p_T\sqrt{q}x_1}{sx_1-e^yp_T\sqrt{s}} \tag{3.30}$$

Les expériences du LHC observent les monojets pour des rapidités comprises entre -2 et 2, à des énergies dans le centre de masse $\sqrt{s}$ de 7 ou 8 TeV, et étudient la distribution en p_T des événements détectés. Nous avons alors calculé numériquement la section efficace différentielle en fonction de p_T, une fois les rapidités intégrées entre ces limites expérimentales (voir figure 1), en utilisant le package Mathematica [14] pour les PDFs.

Afin de comparer ces résultats aux données du LHC, nous avons calculé le nombre moyen d'événements monojet que l'expérience Atlas aurait détectés durant la mesure à $\sqrt{s} = 8$ TeV, avec une luminosité $\mathcal{L} = 10.5$ fb^{-1} (la luminosité mesure le flux de protons collisionnés). Ainsi, pour $m_\chi = 10$ GeV il faut un couplage $K \simeq 2$ pour prévoir en moyenne un événement monojet avec une telle luminosité et une impulsion transverse p_T supérieure à 120 GeV. L'analyse d'Atlas [12], qui n'a pas observé de monojet, donne une limite à 95% de niveau de confiance sur ce nombre d'événements, qui doit être inférieur à 29.

Les limites expérimentales actuelles sur cette section efficace ne nous permettent donc pas encore d'imposer des contraintes plus fortes que celles décrites dans les sections 3.6, 3.7 et 3.8. La recherche de monojet au LHC reste cependant une piste prometteuse [15, 16] et l'étude complète du phénomène pourrait mener à l'obtention d'une limite expérimentale significative. Celle-ci nécessite l'inclusion de tous les canaux de production du Higgs, l'hadronisation du gluon, le calcul de l'efficacité de détection et l'analyse statistique des données, étapes qui dépassent le cadre de ce stage.

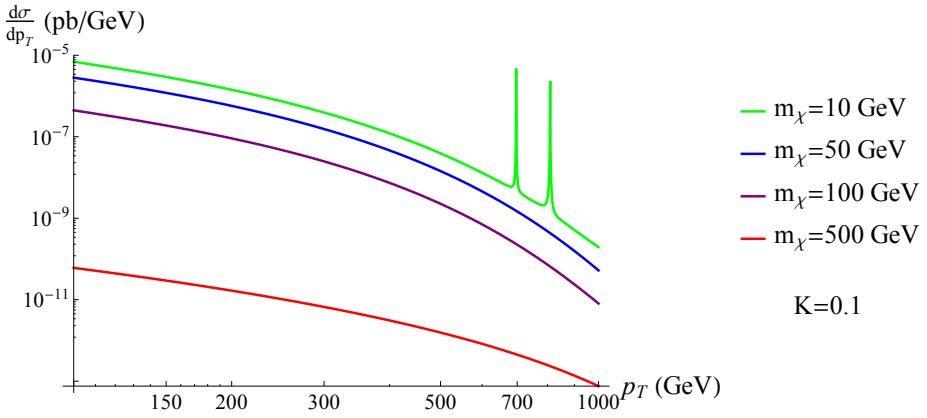


Figure 1: Section efficace différentielle du processus $pp \to hg$ en fonction de l'impulsion transverse du jet, avec $K = 0.1$ et $\sqrt{s} = 8$ TeV. Les courbes, de la plus haute à la plus basse, correspondent à une masse de χ de 10 (vert), 50 (bleu), 100 (violet) et 500 GeV (rouge). Les pics dans la courbe pour $m_\chi = 10$ GeV sont des artefacts numériques.

3.10 Monophoton

De la même façon que pour le monojet, il existe des processus faisant intervenir χ qui possèdent au LHC une signature expérimentale avec un seul photon (monophoton) et qui peuvent donc être contraints de manière significative par les expériences [17]. Nous n'avons pas pendant ce stage réalisé une étude complète du sujet mais avons déterminé l'élément de matrice du processus $q\bar{q} \to h\gamma \to \chi\chi\gamma$, calcul qui pourra servir à une étude future plus approfondie. En supposant que la masse du quark est négligeable devant les échelles d'énergie mises en jeu lors de la collision, l'élément de matrice au carré s'écrit (avec Q la charge du quark et en utilisant les mêmes conventions que pour le monojet) :

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{4K^2e^2Q^2m_q^2}{3\left[(q^2-m_h^2)^2+\Gamma_h^2m_h^2\right]}\frac{\hat{s}^2+q^4}{\hat{u}\hat{t}} \tag{3.31}$$

3.11 Courbes d'exclusion du modèle scalaire $\mathbb{Z}_2$

En conclusion de cette section, nous avons regroupé l'ensemble des contraintes expérimentales sur le modèle scalaire $\mathbb{Z}_2$ dans la figure 2 : elle indique les zones de l'espace des paramètres (m_χ, K) pour lesquels le modèle n'est pas exclu. Les paramètres sur la courbe violette correspondent à $\Omega_\chi = \Omega_{DM}$. Les autres courbes sont des courbes d'exclusion : les limites expérimentales des diverses expériences permettent d'exclure les zones colorées.

Nous pouvons tout d'abord observer que la limite de désintégration invisible du Higgs interdit le modèle à basse masse (jusqu'à environ 50 GeV). À grande masse, c'est la détection directe qui procure la meilleure limite sur le couplage K ; elle reste cependant insuffisante pour exclure le modèle à partir d'environ 80 GeV. Enfin, il reste une partie de l'espace des paramètres à gauche de la résonance du boson de Higgs (entre 50 et 60 GeV environ) qui est toujours permise, notamment grâce à l'élargissement du pic de résonance par rapport à la détection indirecte, dû à la moyenne thermique des sections efficaces.

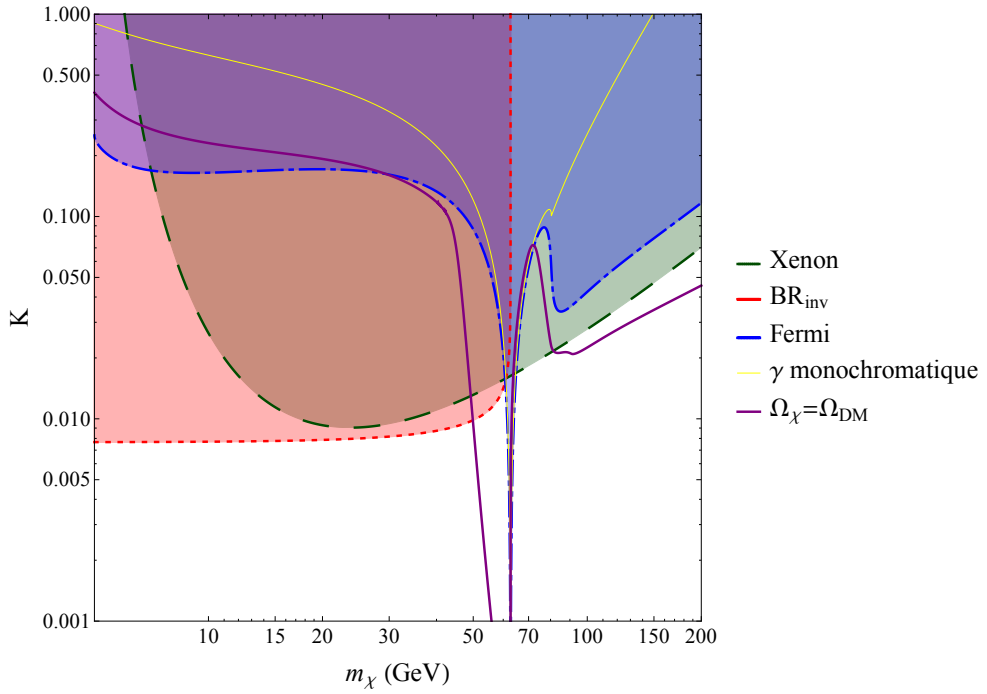


Figure 2: Contraintes expérimentales sur le modèle scalaire $\mathbb{Z}_2$. La courbe violette (épaisse) est celle de la densité relique. Les zones d'exclusion (zones pleines) proviennent de la désintégration invisible du Higgs (rouge, pointillée), de la détection directe avec Xenon (vert, tireté) et de la détection indirecte avec Fermi (spectre continu de photons en bleu, tireté et pointillé, et photons monochromatiques en jaune, clair). Les deux échelles sont logarithmiques.

4 Théorie effective pour un modèle scalaire $\mathbb{Z}_2$

4.1 Théories effectives

La physique au-delà du MS n'ayant pas été observée directement à basse énergie, les modèles de nouvelle physique doivent posséder une échelle d'énergie typique Λ assez importante. La théorie effective consiste à approximer ces modèles à basse énergie, en ajoutant des termes de dimensions supérieures à 4 dans le lagrangien, pondérés alors par des paramètres de l'ordre de $1/\Lambda^{d-4}$, où d est la dimension de l'opérateur. Le lagrangien ainsi construit n'est pas renormalisable, il ne décrit pas un modèle complet de théorie quantique des champs. Afin d'étudier les conséquences les plus générales possibles que pourrait avoir de la nouvelle physique sur un modèle de basse énergie, il faut considérer tous les opérateurs respectant les symétries de ce modèle de dimension 5, puis 6, ...

Partant du modèle décrit dans la section précédente, nous avons considéré une théorie effective modifiant le secteur de Higgs : pour cela, nous avons explicité les opérateurs de dimension 5 et 6 faisant intervenir ϕ et χ et respectant les symétries du MS et la symétrie $\mathbb{Z}_2$. Après avoir présenté ces opérateurs, nous expliquerons comment ils changent la phénoménologie du modèle et les zones d'exclusion dans l'espace des paramètres. Bien que l'approche utilisée ici soit la plus générale possible (étant indépendante de la théorie à haute énergie), il existe des modèles déjà connus qui génèrent tous ou une partie de ces opérateurs, auxquels on pourrait appliquer les résultats de cette section, comme par exemple les modèles de Higgs Composite, où ϕ et χ sont des états composites venant d'un secteur fortement couplé.

4.2 Opérateurs supplémentaires

Nous avons tout d'abord montré qu'il n'existait pas d'opérateurs de dimensions 5 avec ϕ et χ respectant les symétries du MS et la symétrie $\mathbb{Z}_2$. Nous ne mentionnerons pas les termes faisant intervenir seulement χ ou seulement ϕ, ainsi que ceux couplant ϕ et χ aux fermions. Nous avons établi que les opérateurs de dimension 6 indépendants sont les suivants (les c_i sont des paramètres arbitraires sans dimension) :

$$\mathcal{O}_1 = \frac{c_1}{2\Lambda^2}\phi^\dagger\phi(\partial^\mu\chi)(\partial_\mu\chi) \tag{4.1}$$

$$\mathcal{O}_2 = \frac{c_2}{4\Lambda^2}\phi^\dagger\phi\chi^4 \tag{4.2}$$

$$\mathcal{O}_3 = \frac{c_3}{4\Lambda^2}\chi^2(D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) \tag{4.3}$$

$$\mathcal{O}_4 = \frac{c_4}{4\Lambda^2}\chi^2(\phi^\dagger\phi)^2 \tag{4.4}$$

$$\mathcal{O}_5 = \frac{c_5}{2\Lambda^2}(\partial^\mu\chi^2)\partial_\mu(\phi^\dagger\phi) \tag{4.5}$$

$$\mathcal{O}_6 = \frac{ic_6}{2\Lambda^2}(\partial^\mu\chi^2)\left[\phi^\dagger D_\mu\phi - (D_\mu\phi)^\dagger\phi\right] \tag{4.6}$$

Nous avons ensuite montré que l'opérateur $\mathcal{O}_1$ pouvait être réabsorbé dans le terme cinétique du champ scalaire *via* une redéfinition des champs $\chi \to \chi\sqrt{1+\frac{c_1}{\Lambda^2}\phi^\dagger\phi}$ et un changement des coefficients c_i et K. L'opérateur $\mathcal{O}_2$ induit seulement des couplages avec quatre χ et n'intervient donc pas dans les phénomènes étudiés dans la section précédente. De la même façon que pour l'opérateur $\mathcal{O}_1$, l'opérateur $\mathcal{O}_3$ peut être réabsorbé par une redéfinition des champs $\phi \to \phi\sqrt{1+\frac{c_3}{2\Lambda^2}\chi^2}$. Enfin, le développement de $\mathcal{O}_4$ conduit à une redéfinition de la masse de χ et du couplage K ainsi qu'à des interactions à cinq et six corps, qui sont cinématiquement négligeables.

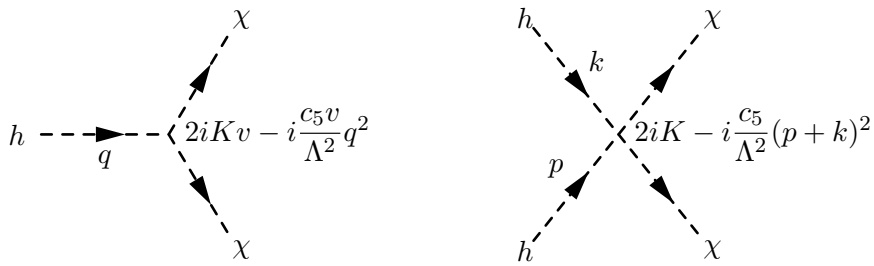
Nous présenterons dans les paragraphes suivants notre étude des effets de l'opérateur $\mathcal{O}_5$, qui modifie qualitativement le couplage entre χ et h. L'opérateur $\mathcal{O}_6$ n'induit pas d'interaction seulement entre χ et h mais comprend un couplage de χ au boson de jauge Z ; contrairement au modèle étudié précédemment, χ n'interagit donc pas avec le MS seulement *via* le Higgs, ce qui demande une analyse un peu différente. L'étude de la phénoménologie de ce couplage est détaillée dans l'annexe C.

4.3 Couplage effectif dérivatif entre χ et le boson Higgs

Après la brisure de symétrie, l'opérateur $\mathcal{O}_5$ prend la forme :

$$\mathcal{O}_5 = \frac{c_5 v}{\Lambda^2}\chi(\partial_\mu\chi)(\partial^\mu h) + \frac{c_5}{\Lambda^2}\chi(\partial_\mu\chi)h(\partial^\mu h) \tag{4.7}$$

Cet opérateur induit donc des couplages dérivatifs entre le boson de Higgs et χ. Il change notamment les vertex présentés dans la section 3.4 selon la règle de Feynman suivante (on suppose que le facteur K comporte déjà toutes les modifications effectives dûes aux redéfinitions des champs et des paramètres mentionnées dans le paragraphe précédent) :



On observe que ces couplages peuvent interférer constructivement ou destructivement avec le couplage K, selon le signe de c_5 : ils peuvent donc diminuer ou augmenter les zones excluses de l'espace des paramètres. De plus, il est intéressant d'observer que ces couplages dépendent des impulsions des particules mises en jeu, contrairement au couplage K, et peuvent ainsi changer la forme des courbes d'exclusion. Nous avons re-calculé les grandeurs pertinentes pour l'étude des contraintes en rajoutant les contributions de l'opérateur $\mathcal{O}_5$.

Densité relique et détection indirecte : les sections efficaces d'annihilation $\chi\chi \leftrightarrow$ MS se déduisent de leurs expression initiales (3.5) à (3.8) en remplaçant K par $K - c_5\frac{s}{2\Lambda^2}$. Par exemple, la section d'annihilation en $b\bar{b}$ devient

$$\sigma_{b\bar{b}}v_{rel} = \frac{\left(K - c_5\frac{s}{2\Lambda^2}\right)^2 m_b^2}{\pi s^{3/2}}\frac{\left(s-4m_b^2\right)^{3/2}}{(s-m_h^2)^2+\Gamma_h^2 m_h^2}\ . \tag{4.8}$$

Désintégration invisible du Higgs : la largeur de désintégration du boson de Higgs en deux particules χ, initialement donnée par (3.10), prend la forme

$$\Gamma_{inv} = \frac{\left(K - c_5\frac{m_h^2}{2\Lambda^2}\right)^2 v^2}{8\pi m_h}\sqrt{1-4\frac{m_\chi^2}{m_h^2}}\ . \tag{4.9}$$

Détection directe : dans le processus de diffusion d'une particule χ sur un nucléon, la contribution de $\mathcal{O}_5$ est proportionnelle à $\frac{q^2}{\Lambda^2}$, avec q^2 l'énergie transferée, que l'on avait négligée devant les échelles d'énergie électrofaibles, et que l'on doit donc négliger devant l'échelle Λ (qui caractérise un modèle à haute énergie). La section efficace de diffusion (3.16) reste donc inchangée en très bonne approximation.

Les courbes d'exclusion obtenues en ajoutant l'opérateur $\mathcal{O}_5$ avec $\Lambda = 1$ TeV sont reportées dans les figures 3 et 4 correspondant respectivement à $c_5 = 1$ (interférence destructive) et $c_5 = -1$ (interférence constructive). Les conventions sont les mêmes que pour la figure 2, dans le modèle sans opérateurs effectifs (remarque pour la comparaison : les deux figures ci-dessous n'ont pas la même origine en ordonnée).

On observe que l'opérateur $\mathcal{O}_5$ peut changer assez fortement la phénoménologie en comparant ces courbes à la figure 2. Dans le cas c_5 positif (interférence destructrice), le fait que la limite de détection directe ne varie pas alors que les courbes reliques remontent permet d'exclure la région correspondant à une masse de χ aux alentours de 100 GeV. En diminuant Λ, il devient possible d'exclure la zone à gauche de la résonance comme c'est le cas ici pour $\Lambda = 1$ TeV. Lorsque c_5 est négatif (interférence

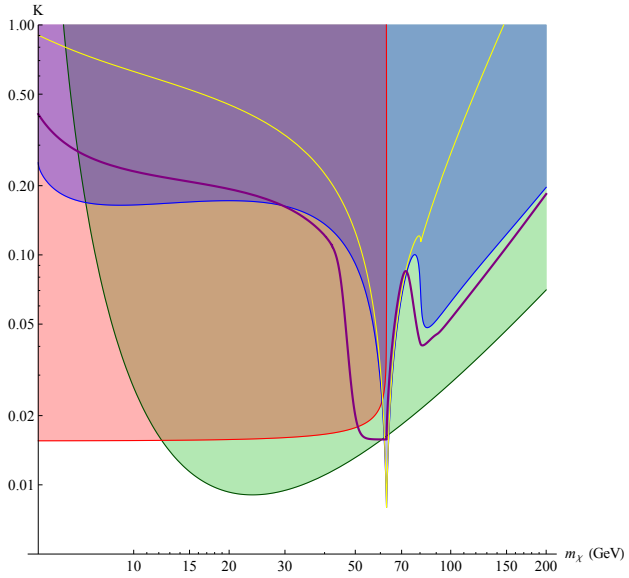


Figure 3: Limites sur la théorie scalaire $\mathbb{Z}_2$ avec opérateur effectif $\mathcal{O}_5$ et $c_5 = 1$, $\Lambda = 1$ TeV (interférence destructrice)

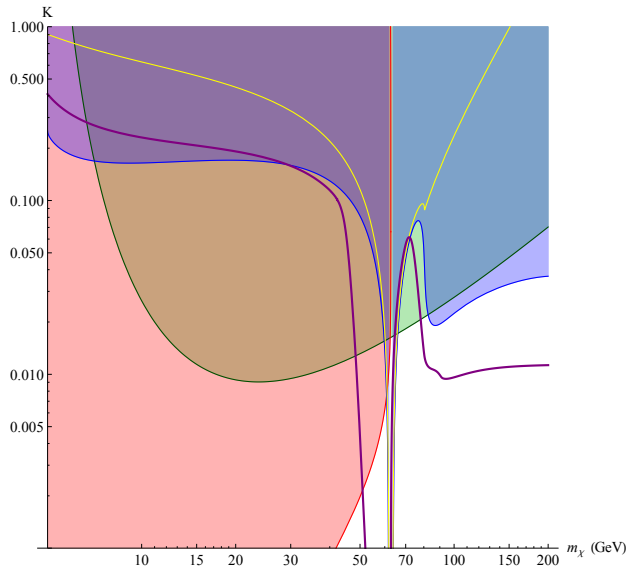


Figure 4: Limites sur la théorie scalaire $\mathbb{Z}_2$ avec opérateur effectif $\mathcal{O}_5$ et $c_5 = -1$, $\Lambda = 1$ TeV (interférence constructive)

constructive), les zones d'exclusions changent peu qualitativement, le principal effet étant un abaissement des courbes (exceptée celle de la détection directe).

Nous devons cependant remarquer que le comportement de la courbe $\Omega_\chi = \Omega_{DM}$ (violette) proche de la résonance et pour des masses au delà de 120 GeV est en désaccord avec celui présenté dans la référence [18]. Un traitement plus approfondi du calcul de l'abondance relique (résolution de l'équation de Boltzmann) serait ici nécessaire pour poursuivre l'étude.

Monojet : Avec l'opérateur $\mathcal{O}_5$, l'élément de matrice de $gg \to hg$ s'obtient à partir de (3.21) en remplaçant K par $K - c_5 \frac{q^2}{2\Lambda^2}$. La figure 5 montre les sections efficaces différentielles en fonction de p_T du couplage K pris à 0.1, du couplage effectif pour $c_5 = 1$ et $\Lambda = 1$ TeV et de leur interférence (pour une masse de χ de 100 GeV). On observe que la section associée au couplage effectif diminue moins rapidement à des hauts p_T que celle associée au couplage K. Ces résultats préliminaires montrent qu'une analyse plus poussée, utilisant notamment cette différence de comportement à haute impulsion transverse, pourrait imposer une contrainte forte sur les modèles avec opérateur effectif $\mathcal{O}_5$.

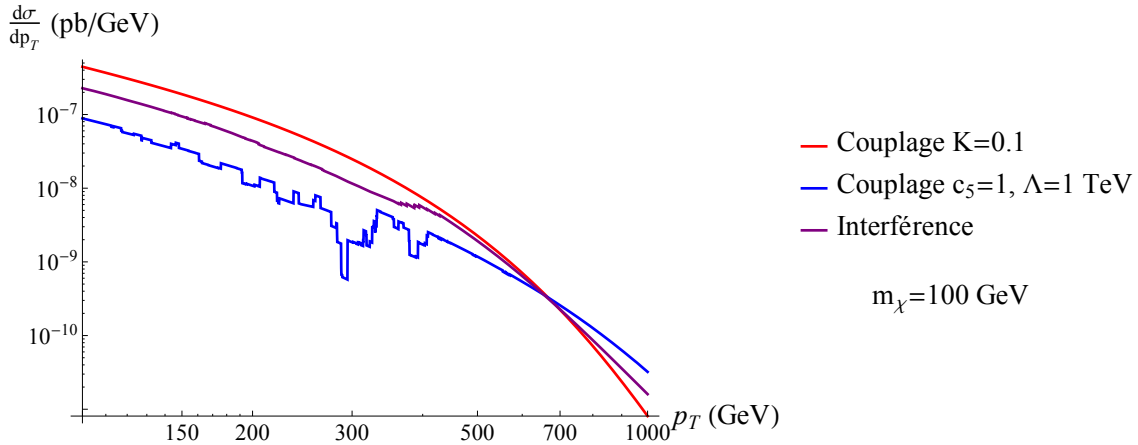


Figure 5: Contributions à la section efficace différentielle du processus $pp \to hg$ en fonction de l'impulsion transverse du jet, provenant du couplage $K = 0.1$ (rouge), du couplage $c_5 = 1$ et $\Lambda = 1$ TeV (bleu) et de leur interférence (violet). Le comportement chaotique de la courbe bleue est un artefact numérique.

5 Modèles avec deux scalaires réels ou deux doublets de Higgs

Nous présenterons dans cette partie deux autres types de modèles susceptibles d'apporter des candidats pour la matière noire, les modèles avec deux scalaires réels et les modèles avec deux doublets de Higs. Nous expliquerons notamment leurs similarités et leurs différences avec le modèle à un scalaire réel, afin de comparer leur phénoménologie à celle étudiée en détails dans les sections précédentes. Nous nous limiterons à des théories renormalisables, *i.e.* à des opérateurs de dimension inférieure ou égale à 4.

5.1 Modèles avec deux scalaires réels

Considérons tout d'abord le cas de deux scalaires réels χ_1 et χ_2, singlets de jauge, que l'on ajoute au MS (il peut être plus simple dans certains cas de considérer, de manière équivalente, le scalaire complexe $\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_1 + i\chi_2)$). Nous avons tout d'abord montré que, comme pour le cas d'un unique scalaire réel, le couplage au MS se fait uniquement *via* le boson de Higgs.

Afin d'obtenir un candidat de matière noire, il est nécessaire de s'assurer de la stabilité d'une des deux particules, notamment à l'aide de symétries (rôle joué par la symétrie $\mathbb{Z}_2$ dans le cas du modèle à un scalaire). La symétrie unitaire la plus large que l'on peut imaginer est la symétrie O(2), qui transforme le vecteur de $\mathbb{R}^2$ (χ_1, χ_2) sous des matrices 2×2 orthogonales. Nous détaillerons ici quelques unes des symétries correspondant à des sous-groupes de O(2).

5.1.1 Symétrie U(1)

Nous avons tout d'abord considéré le cas d'une symétrie U(1) agissant sur η par des changements de phase U(1) : $\eta \to e^{i\alpha}\eta$, qui correspond au sous-groupe SO(2) de O(2), formé des rotations. Nous avons alors déterminé le lagrangien le plus général possible du modèle :

$$\mathcal{L}_{\mathrm{U}(1)} = \mathcal{L}_{MS} + (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta)^* + K\phi^\dagger\phi\eta\eta^* - \mu_\eta^2\eta\eta^* - \lambda_\eta(\eta\eta^*)^2 \tag{5.1}$$

On peut tout d'abord remarquer que ce lagrangien est aussi invariant sous O(2) tout entier et correspond donc au cas le plus restrictif possible. Il a de plus la même structure que celui du scalaire réel avec symétrie $\mathbb{Z}_2$ (équations (3.1) et (3.3)) ; sa phénoménologie se déduit aisément de celle étudiée dans la section 3, en prenant en compte des facteurs 2 d'indiscernabilité ou de normalisation dans les calculs.

5.1.2 Symétrie $\mathbb{Z}_n$

Nous avons ensuite étudié les symétries $\mathbb{Z}_n$: $\eta \to \omega\eta$, avec n un entier supérieur ou égal à 3 et ω une racine n-ème de l'unité. Nous avons alors montré que les cas $n \geq 5$ sont équivalents à celui de symétrie U(1), à cause de la limite sur la dimension des opérateurs considérés, et avons déterminé les lagrangiens pour les cas $n = 3$ et $n = 4$:

$$\mathcal{L}_{\mathbb{Z}_3} = \mathcal{L}_{MS} + (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta)^* + K\phi^\dagger\phi\eta\eta^* - \mu_\eta^2\eta\eta^* - \lambda_\eta(\eta\eta^*)^2 + \rho\eta^3 + \rho^*\eta^{*3} \tag{5.2}$$

$$\mathcal{L}_{\mathbb{Z}_4} = \mathcal{L}_{MS} + (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta)^* + K\phi^\dagger\phi\eta\eta^* - \mu_\eta^2\eta\eta^* - \lambda_\eta(\eta\eta^*)^2 + \tau\eta^4 + \tau^*\eta^{*4} \tag{5.3}$$

Ces lagrangiens décrivent une particule η stable (si η ne prend pas de v.e.v), couplant au Higgs et à elle même et distinguée de η^* par la partie imaginaire de ρ ou τ. Ces modèles possèdent une phénoménologie très proche de celui de symétrie U(1), avec possiblement des corrections dans les calculs d'abondances reliques.

5.1.3 Symétrie D_4

Nous avons aussi étudié des symétries $\mathbb{Z}_2$ et la combinaison de plusieurs de ces symétries. Nous ne détaillerons pas ici tous les cas que nous avons rencontrés mais seulement un exemple particulier : considérons un modèle invariant sous une symétrie de parité $\mathbb{Z}_2$: $\chi_1 \to \chi_1, \chi_2 \to -\chi_2$ et sous une symétrie d'échange $\mathbb{Z}_2'$: $\chi_1 \leftrightarrow \chi_2$. Le groupe de symétrie ainsi construit, généré par les matrices

$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, est isomorphe au groupe non-abélien D_4 des symétries du carré. On peut remarquer que celui-ci n'est pas un sous-groupe de $\mathrm{U}(1) \simeq \mathrm{SO}(2)$ mais de $\mathrm{O}(2)$ tout entier. Le lagrangien associé (en terme de η) est donné par :

$$\mathcal{L}_{D_4} = \mathcal{L}_{MS} + (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta)^* + K\phi^\dagger\phi\eta\eta^* - \mu_\eta^2\eta\eta^* - \lambda_\eta(\eta\eta^*)^2 + \tau\eta^4 + \tau\eta^{*4} \tag{5.4}$$

Ce lagrangien est égal à celui obtenu avec une symétrie $\mathbb{Z}_4$ en prenant le paramètre τ réel. La phénoménologie associée est donc la même, avec en plus une symétrie totale entre η et η^*.

5.2 Modèle avec deux doublet de Higgs

Le secteur de Higgs standard est construit à partir d'un doublet scalaire de SU(2), d'hypercharge 1/2. Il est cependant possible de considérer des modèles avec d'autres multiplets de SU(2) ; nous avons étudié la plus simple de ces extensions, le rajout d'un second doublet de Higgs, possédant les mêmes charges de jauge. Le second doublet possède le même type de couplage au reste du MS : des couplages de Yukawa avec les fermions et des interactions avec les bosons de jauge dans le terme cinétique. Nous avons déterminé le potentiel renormalisable et invariant de jauge sur ϕ_1 et ϕ_2 le plus général possible, qui contient 14 termes (la méthode utilisée pour déterminer ce potentiel est décrite dans l'annexe D).

Nous avons alors imposé au potentiel de respecter une symétrie de parité $\mathbb{Z}_2$: $\phi_2 \to -\phi_2$, pour garder ϕ_2 stable (propriété nécessaire pour être un candidat de matière noire). Cette symétrie est de plus motivée par les expériences de physique des particules, car elle empêche la violation de la saveur par des courants neutres, phénomène fortement contraint. On obtient alors le potentiel suivant (en imposant aussi une symétrie d'espace-temps CP, qui fait disparaître un terme supplémentaire) :

$$V = \mu_1^2\phi_1^\dagger\phi_1 + \mu_2^2\phi_2^\dagger\phi_2 + \lambda_1(\phi_1^\dagger\phi_1)^2 + \lambda_2(\phi_2^\dagger\phi_2)^2 + K(\phi_1^\dagger\phi_1)(\phi_2^\dagger\phi_2) + \rho|\phi_1^\dagger\phi_2|^2 + \frac{\delta}{2}\left[\phi_1^\dagger\phi_2 + \phi_2^\dagger\phi_1\right] \tag{5.5}$$

On suppose $\mu_1^2 < 0$ et $\mu_2^2 > 0$: le doublet ϕ_1 prend alors un v.e.v et reproduit la brisure électrofaible standard, tandis que le doublet ϕ_2 n'en prend pas. En plus du boson de Higgs standard h et des bosons de Goldstone ré-absorbés par les bosons de jauge, on obtient un champ complexe A^+ chargé et deux champs réels neutres H_0 (scalaire) et A_0 (pseudo-scalaire).

Ces deux champs neutres sont des candidats possibles pour la matière noire, stables et de masse non nulle. L'écart entre les deux masses est contrôlé par le paramètre δ. Si l'on suppose un cas où cet écart est assez grand, alors le plus lourd finit par disparaître pendant l'évolution de l'univers et le plus léger suit un phénomène de *freeze-out* identique à celui du scalaire avec symétrie $\mathbb{Z}_2$.

Le couplage de ce scalaire le plus léger au boson de Higgs est de la même forme que le couplage décrit dans la théorie scalaire avec symétrie $\mathbb{Z}_2$. La phénoménologie du modèle est donc similaire à celle étudiée dans la section 3. Il existe de plus des contraintes supplémentaires sur le champ lourd et le champ chargé, de telles particules n'ayant jamais été observées dans les accélérateurs.

Il est possible d'étudier des cas possédant des symétries plus importantes pouvant mener à des phénoménologies différentes, par exemple en créant une dégénérescence de masse entre H_0 et A_0 [19]. L'étude de ces modèles dépasse cependant le cadre de ce stage et ne sera pas réalisée ici.

6 Conclusion

Afin de trouver un modèle pouvant expliquer la nature de la matière noire dans le cadre de la physique des particules, nous avons étudié durant ce stage des extensions du secteur de Higgs ajoutant de nouveaux champs au Modèle Standard de la physique des particules. Après avoir établi les règles de Feynmann de ces modèles à partir de leur lagrangien, nous en avons étudié la phénoménologie, à travers le calcul de plusieurs grandeurs physiques pertinentes. Cette étude nous a alors permis de comparer nos modèles aux contraintes expérimentales et ainsi de déterminer s'ils apportent des candidats théoriques viables de matière noire.

Les contraintes expérimentales que nous avons considérées proviennent de la cosmologie et de la physique des particules et astro-particules. Ainsi, nous avons par exemple comparé l'abondance relique

de nos candidats à celle de la matière noire, calculée dans le cadre du modèle de *freeze-out* de la matière noire froide. De même, nous avons confronté nos modèles aux limites de détection directe (expériences de diffusion de matière noire sur des noyaux fixes) et indirecte (détection des produits de désintégration de la matière noire galactique). Enfin, nous avons étudié des contraintes provenant du LHC sur la largeur de désintégration invisible du boson de Higgs et les sections efficaces de monojet et monophoton, contraintes basées notamment sur l'absence de détection de la matière noire par les détecteurs du LHC.

Le premier modèle que nous avons considéré est l'ajout d'un champ scalaire réel χ au secteur de Higgs, invariant sous une symétrie de parité $\mathbb{Z}_2$, qui couple au Modèle Standard seulement *via* le boson de Higgs. Après avoir déterminé les règles de Feynmann du modèle et ses paramètres pertinents (masse m_χ du champ scalaire et couplage K au boson de Higgs), nous avons alors calculé les observables utiles pour la comparaison aux contraintes expérimentales : sections efficaces d'annihilation et de diffusion, largeur de désintégration, etc. Ces calculs nous ont permis de déterminer les zones de l'espace des paramètres (m_χ, K) non exclues par l'expérience et pour lesquelles le scalaire χ est un candidat possible de matière noire (voir figure 2). L'étude montre alors que les seules régions non encore éliminées par l'expérience se situe pour des hautes masses de χ ($m_\chi \gtrsim 80$ GeV et $K \lesssim 0.05$) ou au niveau du pic de résonance du boson de Higgs ($m_\chi \simeq 50 - 60$ GeV et $K \lesssim 0.01$).

Nous avons ensuite considéré une extension de ce modèle scalaire, en y incluant les effets possibles d'une théorie de haute énergie, grâce à la théorie effective des champs. Après avoir listé les opérateurs de dimensions 5 et 6 que l'on peut rajouter au lagrangien, nous avons étudié leurs effets sur la phénoménologie du modèle, afin de comprendre comment varient les courbes d'exclusion obtenues précédemment. Nous nous sommes concentré particulièrement sur un de ces opérateurs, susceptible de changer qualitativement la phénoménologie : l'opérateur $\mathcal{O}_5$ qui ajoute un couplage dérivatif entre χ et h. Nous avons alors exhibé les effets possibles de cet opérateur sur les courbes d'exclusion (figures 3 et 4).

Puis, nous avons considéré des modèles ajoutant deux doublets réels et possédant diverses symétries. La phénoménologie de ceux-ci est approximativement celle d'un scalaire complexe ou de deux scalaires réels interagissant avec le MS de la même manière qu'un seul scalaire réel et par conséquent s'étudie facilement grâce aux calculs effectués précédemment. Enfin, nous avons considéré un modèle avec deux doublets de Higgs, respectant une symétrie $\mathbb{Z}_2$, qui décrit alors un scalaire et un pseudo-scalaire neutres et stables. Ceux-ci peuvent alors s'étudier grâce aux calculs sur le modèle avec un seul scalaire, excepté dans certains cas avec spectre de masse dégénéré, qui résulteraient d'une symétrie supplémentaire.

L'étude que nous avons réalisée a tout d'abord permis de mettre à jour les contraintes sur le modèle scalaire grâce aux dernières données expérimentales. De plus, l'étude générale de l'effet des opérateurs effectifs est susceptible de trouver des applications pour diverses théories modifiant le secteur de Higgs à de hautes échelles d'énergie, étant indépendante du modèle utilisé à cette échelle. L'étude des monophoton et monojet au LHC est une piste de recherche prometteuse, notamment lorsque l'on considère les données futures du LHC à 14 TeV et des interactions dérivatives. L'étude complète nécessiterait une analyse des données expérimentales plus poussée et l'utilisation de logiciels de simulation spécialisés. Le sujet reste cependant ouvert et offre des perspectives intéressantes.

Outre la satisfaction personnelle que j'ai eu à étudier les sujets abordés durant ce stage, qui m'ont toujours, et qui continuent à me passionner, ce stage a été pour moi une expérience professionnelle particulièrement enrichissante. Il a été un premier contact avec la recherche théorique, qui m'a permis de découvrir les divers aspects de ce secteur et des activités d'un théoricien. J'y ai acquis diverses connaissances et techniques dans le domaine de la physique des particules, qui me seront utiles pour la fin de mes études et ma vie professionnelle future. Il m'a de plus donné l'occasion de me familiariser avec les aspects numériques de la recherche théorique, en particulier avec le logiciel Mathematica, que j'ai utilisé tout au long du stage. En conclusion, ce stage a complètement confirmé mon désir de continuer dans la recherche en physique théorique fondamentale et s'est parfaitement intégré dans mon projet professionnel.

Appendices

A Modèle Standard

En complément à la section 2.1, nous décrirons dans cette annexe les parties du Modèle Standard ne comprenant pas le champ de Higgs, qui décrivent les bosons de jauge et les fermions.

A.1 Bosons de jauge

Le Modèle Standard est une théorie de jauge de groupe $\mathcal{G} = \mathrm{SU}(3)_c \times \mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$. Le groupe $\mathrm{SU}(3)_c$ est celui de l'interaction forte, associé à la charge de couleur et à la constante de couplage g_S. Le groupe $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$ est celui de l'interaction électrofaible, associé à l'isospin faible $\vec{I}$ et à l'hypercharge Y (de couplages g et g').

À chaque générateur des groupes de jauge est associé un champ vectoriel, et donc une particule de spin 1, dit bosons vecteurs de l'interaction : il y a donc 8 bosons pour l'interaction forte (les gluons, notés G^a_μ, $a = 1, ..., 8$) et 4 bosons pour l'interaction électrofaible, notés W^a_μ, $a = 1, 2, 3$ pour $\mathrm{SU}(2)_L$ et B_μ pour $\mathrm{U}(1)_Y$.

Pour chaque groupe de jauge, de constante de couplage c et de constantes de structure $f^a{}_{bc}$, associé aux champs de jauge X^a_μ, on définit le tenseur de Faraday :

$$X^a_{\mu\nu} = \partial_\mu X^a_\nu - \partial_\nu X^a_\mu + c f^a{}_{bc} X^b_\mu X^c_\nu \tag{A.1}$$

La propagation libre des bosons de jauge est alors régie par le lagrangien :

$$\mathcal{L}_j = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W^a_{\mu\nu} W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} G^b_{\mu\nu} G^{b\mu\nu},\ a = 1, 2, 3,\ b = 1, ..., 8 \tag{A.2}$$

A.2 Fermions

Les fermions sont des particules de matière de spin 1/2, qui correspondent donc à des champs spinoriels. Il existe deux types de fermions, les leptons et les quarks, classés en trois générations. Le Modèle Standard distingue les chiralités gauche et droite des fermions, que l'on notera f_L et f_R. À chaque fermion est associé un anti-fermion $\bar{f}$, possédant des nombres quantiques opposés.

Leptons :
Pour chaque génération, il existe un lepton chargé l (l'électron, le muon ou le tau) et un neutrino associé ν_l. Les composantes droites de l et de ν_l forment un doublet d'isospin faible L_R, d'hypercharge -1/2, et la composante gauche de l^- forme un singlet d'isospin d'hypercharge -1 l_L (le neutrino gauche n'existant pas).

Quarks :
Pour chaque génération, il existe un quark chargé positivement (up u, charm d ou top t) et un quark chargé négativement (down d, strange s ou bottom b), qui appartiennent à la représentation fondamentale du groupe de couleur. Les composantes droites des quarks forment un doublet d'isospin faible Q_L d'hypercharge 1/6 et les composantes gauches deux singlets d'isopsin d'hypercharge 2/3 et -1/3.

La dynamique des fermions et leurs interactions aux champs de jauge sont décrites par le lagrangien suivant (ici pour la première génération) :

$$\mathcal{L}_f = i\overline{L_L} \not{D} L_L + i\overline{l_R} \not{D} l_R + i\overline{Q_L} \not{D} Q_L + i\overline{u_R} \not{D} u_R + i\overline{d_R} \not{D} d_R \tag{A.3}$$

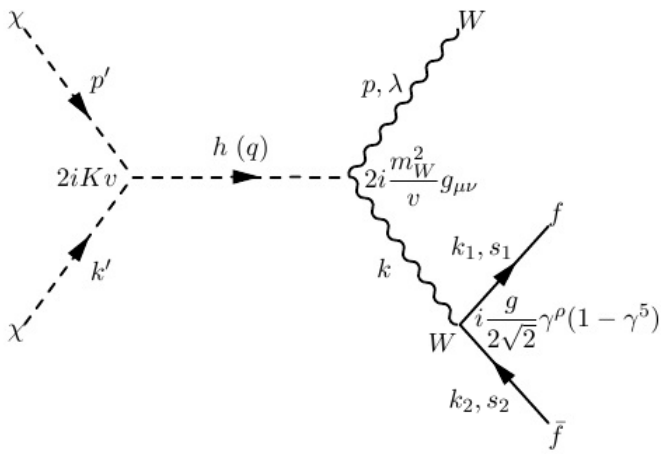
où D_μ est la dérivée covariante associée à la représentation de jauge de chaque fermion et où $\not{D}$ est la notation de Feynman pour $\gamma^\mu D_\mu$, avec γ^μ les matrices de Dirac.

B Annihilation $\chi\chi \leftrightarrow WW^*$

Nous détaillerons ici le calcul de la section efficace de l'annihilation $\chi\chi \leftrightarrow WW^*$, que nous avons considéré dans le calcul de la densité relique et pour la détection indirecte (à titre de comparaison, l'article [20] donne la largeur de désintégration $h \to WW^*$).

B.1 Élément de matrice

On considère l'annihilation de deux particules χ en deux bosons W, l'un sur couche de masse, l'autre virtuel, par échange d'un boson de Higgs en canal s. Le boson virtuel se désintègre en $f\bar{f}'$, le résultat final étant sous-entendu comme somme de tous les états finaux possibles. On supposera que la masse de f est négligeable. Le diagramme de Feynmann du processus est le suivant :



L'élément de matrice est alors donné par :

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} &= 2iKv \times \frac{i}{q^2 - m_h^2 + i\Gamma_h m_h}\varepsilon_\mu(p,\lambda)2i\frac{m_W^2}{v}g^{\mu\nu}\frac{-i\left(g_{\nu\rho} - \frac{k_\nu k_\rho}{m_W^2}\right)}{k^2 - m_W^2 + i\Gamma_W m_W} \qquad \text{(B.1)}\\
&\quad \bar{u}(k_1,s_1)i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma^\rho(1-\gamma^5)v(k_2,s_2)\\
&= \frac{-i2\sqrt{2}Kgm_W^2}{\left(q^2 - m_h^2 + i\Gamma_h m_h\right)\left(k^2 - m_W^2 + i\Gamma_W m_W\right)}\varepsilon^\mu\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2}\right)\bar{u}(k_1,s_1)\Gamma^\nu v(k_2,s_2) \qquad \text{(B.2)}
\end{aligned}$$

où l'on a défini :

$$\Gamma^\nu = \gamma^\nu\frac{1-\gamma^5}{2} \qquad \text{(B.3)}$$

Les fermions étant considérés de masse nulle, l'équation de Dirac donne $\bar{u}(k_1,s_1)\not{k}_1 = 0$ et $\not{k}_2 v(k_2,s_2) = 0$. On a alors :

$$\begin{aligned}
k_\nu\bar{u}(k_1,s_1)\Gamma^\nu v(k_2,s_2) &= \bar{u}(k_1,s_1)\not{k}\frac{1-\gamma^5}{2}v(k_2,s_2) \qquad \text{(B.4)}\\
&= \bar{u}(k_1,s_1)\not{k}_1\frac{1-\gamma^5}{2}v(k_2,s_2) + \bar{u}(k_1,s_1)\not{k}_2\frac{1-\gamma^5}{2}v(k_2,s_2) \qquad \text{(B.5)}\\
&= 0 + \bar{u}(k_1,s_1)\frac{1+\gamma^5}{2}\not{k}_2 v(k_2,s_2) \qquad \text{car} \quad \gamma^5\not{k}_2 = -\not{k}_2\gamma^5 \qquad \text{(B.6)}\\
&= 0 \qquad \text{(B.7)}
\end{aligned}$$

L'élément de matrice se simplifie donc fortement :

$$\mathcal{M} = \frac{-i2\sqrt{2}Kgm_W^2}{\left(q^2 - m_h^2 + i\Gamma_h m_h\right)\left(k^2 - m_W^2 + i\Gamma_W m_W\right)}\varepsilon_\mu(p,\lambda)\bar{u}(k_1,s_1)\Gamma^\mu v(k_2,s_2) \qquad \text{(B.8)}$$

L'élément de matrice au carré sommé sur les spins est alors donné par :

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \sum_{\lambda,s_1,s_2} |\mathcal{M}(\lambda,s_1,s_2)|^2 \tag{B.9}$$

$$= \frac{8K^2g^2m_W^4}{\left((q^2-m_h^2)^2+\Gamma_h^2m_h^2\right)\left((k^2-m_W^2)^2+\Gamma_W^2m_W^2\right)}P_{\mu\nu}T^{\mu\nu} \tag{B.10}$$

où l'on a défini les tenseurs P et T comme :

$$P_{\mu\nu} = \sum_{\lambda} \varepsilon_\mu(p,\lambda)\varepsilon_\nu^*(p,\lambda) \tag{B.11}$$

$$T^{\mu\nu} = \sum_{s_1,s_2} \left[\bar{u}(k_1,s_1)\Gamma^\mu v(k_2,s_2)\right]\left[\bar{u}(k_1,s_1)\Gamma^\nu v(k_2,s_2)\right]^* \tag{B.12}$$

Par la formule de somme des polarisations d'un boson vecteur :

$$P_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_W^2} \tag{B.13}$$

De même, les formules de Casimir permettent de ré-exprimer $T^{\mu\nu}$:

$$T^{\mu\nu} = \mathrm{Tr}\left(\Gamma^\mu \not{k}_2 \overline{\Gamma^\nu} \not{k}_1\right) \tag{B.14}$$

avec :

$$\overline{\Gamma^\nu} = \gamma^0\Gamma^{\nu\dagger}\gamma^0 \tag{B.15}$$

$$= \gamma^0\frac{1-\gamma^{5\dagger}}{2}\gamma^{\nu\dagger}\gamma^0 \tag{B.16}$$

$$= \gamma^0\frac{1-\gamma^5}{2}\gamma^0\gamma^\nu\gamma^0\gamma^0 \qquad \text{car} \quad \gamma^{5\dagger}=\gamma^5 \ \text{ et } \ \gamma^{\nu\dagger}=\gamma^0\gamma^\sigma\gamma^0 \tag{B.17}$$

$$= \frac{1+\gamma^5}{2}\gamma^\nu \qquad \text{car} \quad \left(\gamma^0\right)^2 = \mathrm{Id} \ \text{ et } \ \gamma^5\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^5 \tag{B.18}$$

Étant les projecteurs orthogonaux gauche et droit, on a $\left(\frac{1\pm\gamma^5}{2}\right)^2 = \frac{1\pm\gamma^5}{2}$. On obtient alors :

$$T^{\mu\nu} = \mathrm{Tr}\left[\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}\not{k}_2\frac{1+\gamma^5}{2}\gamma^\nu\not{k}_1\right] \tag{B.19}$$

$$= \mathrm{Tr}\left[\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)^2\not{k}_2\gamma^\nu\not{k}_1\right] \tag{B.20}$$

$$= \mathrm{Tr}\left[\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}\not{k}_2\gamma^\nu\not{k}_1\right] \tag{B.21}$$

$$= \mathrm{Tr}\left[\frac{1+\gamma^5}{2}\gamma^\mu\not{k}_2\gamma^\nu\not{k}_1\right] \tag{B.22}$$

$$\tag{B.23}$$

On conclue alors à l'aide des théorèmes de traces :

$$T^{\mu\nu} = 2\left[k_1^\mu k_2^\nu + k_2^\mu k_1^\nu - (k_1\cdot k_2)g^{\mu\nu} + i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}k_{1\rho}k_{2\sigma}\right] \tag{B.24}$$

Le tenseur $P_{\mu\nu}$ étant symétrique, sa contraction avec le tenseur antisymétrique $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}k_{1\rho}k_{2\sigma}$ est nulle. Il vient alors :

$$P_{\mu\nu}T^{\mu\nu} = P_{\mu\nu}\left[k_1^\mu k_2^\nu + k_2^\mu k_1^\nu - (k_1\cdot k_2)g_{\mu\nu}\right] \tag{B.25}$$

$$= 2(k_1\cdot k_2) + \frac{2(k_1\cdot p)(k_2\cdot p) - m_W^2(k_1\cdot k_2)}{m_W^2} \tag{B.26}$$

$$= (k_1\cdot k_2) + \frac{2(k_1\cdot p)(k_2\cdot p)}{m_W^2} \tag{B.27}$$

Avant de développer cette expression, énonçons tout d'abord quelques identités utiles, utilisant notamment $k_1^2 = k_2^2 = 0$:

$$k_1 \cdot k_2 = k \cdot k_1 = k \cdot k_2 = \frac{k^2}{2} \tag{B.28}$$

Introduisons les grandeurs cinématiques :

$$x = \frac{2p \cdot q}{q^2}, \quad y = \frac{2k_1 \cdot q}{q^2} \quad \text{et} \quad z = \frac{2k_2 \cdot q}{q^2} \tag{B.29}$$

Il vient facilement :

$$x + y + z = 2 \quad \text{et} \quad k^2 = q^2 + m_W^2 - q^2 x \tag{B.30}$$

On pose :

$$s = q^2 \quad \text{et} \quad \epsilon = \frac{m_W}{\sqrt{s}} \tag{B.31}$$

On ré-exprime alors $\overline{|\mathcal{M}|^2}$:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{4K^2 g^2 m_W^4 s}{\left((s - m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2\right)\left(s^2(1-x)^2 + \Gamma_W^2 m_W^2\right)} \left[1 - 2x + 2\epsilon^2 + \epsilon^{-2}(1-y)(1-z)\right] \tag{B.32}$$

B.2 Espace des phases à trois corps

Afin d'exprimer la section efficace du processus, nous devons tout d'abord comprendre comment intégrer l'espace des phases à trois corps. La section efficace différentielle est donnée par :

$$\mathrm{d}^9\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{F}(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + k_1 + k_2 - q) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}}{2E_p(2\pi)^3} \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}_1}{2E_1(2\pi)^3} \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}_2}{2E_2(2\pi)^3} \tag{B.33}$$

avec F le facteur de flux (en notant a et b les deux particules χ incidentes) :

$$F = 2E_a 2E_b \|\vec{v}_a - \vec{v}_b\| \tag{B.34}$$

Intégrons tout d'abord sur $\vec{k}_2$ grâce à la partie spatiale de la distribution de Dirac :

$$\mathrm{d}^6\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{2E_2(2\pi)^5 F} \delta(E_p + E_1 + E_2 - E_{tot}) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}}{2E_p} \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}_1}{2E_1} \tag{B.35}$$

On se place maintenant dans le référentiel du centre de masse de a et b, en prenant l'axe z comme l'axe portant $\vec{k}_a$. On a alors :

$$q = (\sqrt{s}, 0, 0, 0) \tag{B.36}$$

$$k_a = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, \beta(s)) \tag{B.37}$$

$$k_b = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -\beta(s)) \tag{B.38}$$

$$\text{avec} \quad \beta(s) = \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{s}} \tag{B.39}$$

On obtient alors aisément :

$$F = 2s\beta(s) \tag{B.40}$$

On repère $\vec{p}$ par ses coordonnées sphériques (θ, ϕ), par rapport à l'axe z. En choisissant l'axe y comme l'axe portant la partie transverse de $\vec{p}$, on a :

$$p = (E_p, 0, |\vec{p}| \sin\theta, |\vec{p}| \cos\theta) \tag{B.41}$$

On repère de même $\vec{k}_1$ par ses coordonnées sphériques (θ_1, ϕ_1), en choisissant comme axe de référence celui portant $\vec{p}$ (ce choix impose d'intégrer d'abord sur la partie angulaire de $\vec{k}_1$ avant d'intégrer sur celle de $\vec{p}$). La section efficace différentielle devient alors :

$$\mathrm{d}^6\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{4E_2(2\pi)^5 s\beta(s)}\delta(E_p + E_1 + E_2 - \sqrt{s})\frac{|\vec{p}|^2\mathrm{d}|\vec{p}|}{2E_p}\frac{|\vec{k}_1|^2\mathrm{d}|\vec{k}_1|}{2E_1}\mathrm{d}(\cos\theta)\mathrm{d}\phi\mathrm{d}(\cos\theta_1)\mathrm{d}\phi_1 \tag{B.42}$$

Nous allons ensuite intégrer la partie temporelle de la distribution de Dirac grâce à l'angle θ_1 : pour cela, nous devons exprimer $E_p + E_1 + E_2$ en fonction de cet angle. L'intégration spatiale de la distribution de Dirac sur $\vec{k}_2$ impose, dans le référentiel du centre de masse, $\vec{k}_2 = -\vec{p} - \vec{k}_1$. Il vient alors, par la relation d'Einstein (en négligeant les masses des fermions) :

$$\begin{aligned} E_p + E_1 + E_2 &= \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_W^2} + |\vec{k}_1| + |\vec{k}_2| && \text{(B.43)}\\ &= \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_W^2} + |\vec{k}_1| + |\vec{p} + \vec{k}_1| && \text{(B.44)}\\ &= \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_W^2} + |\vec{k}_1| + \sqrt{|\vec{p}|^2 + |\vec{k}_1|^2 + 2|\vec{p}||\vec{k}_1|\cos\theta_1} && \text{(B.45)} \end{aligned}$$

On a donc :

$$\frac{\mathrm{d}(E_p + E_1 + E_2)}{\mathrm{d}\cos\theta 1} = \frac{2|\vec{p}||\vec{k}_1|}{\sqrt{|\vec{p}|^2 + |\vec{k}_1|^2 + 2|\vec{p}||\vec{k}_1|\cos\theta_1}} = \frac{2|\vec{p}||\vec{k}_1|}{E_2} \tag{B.46}$$

Ainsi, on intègre la dernière distribution de Dirac :

$$\mathrm{d}^5\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{8(2\pi)^5 s\beta(s)}\frac{|\vec{p}|\mathrm{d}|\vec{p}|}{2E_p}\frac{|\vec{k}_1|\mathrm{d}|\vec{k}_1|}{2E_1}\mathrm{d}(\cos\theta)\mathrm{d}\phi\mathrm{d}\phi_1 \tag{B.47}$$

La relation d'Einstein imposant $|\vec{p}|\mathrm{d}|\vec{p}| = E_p\mathrm{d}E_p$ et $|\vec{k}_1|\mathrm{d}|\vec{k}_1| = E_1\mathrm{d}E_1$, on peut ré-exprimer $\mathrm{d}\sigma$:

$$\mathrm{d}^5\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{32(2\pi)^5 s\beta(s)}\mathrm{d}E_p\,\mathrm{d}E_1\,\mathrm{d}(\cos\theta)\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\phi_1 \tag{B.48}$$

Dans le référentiel du centre de masse, les paramètres cinématiques x, y et z deviennent simplement :

$$x = \frac{E_p}{\sqrt{s}}, \quad y = \frac{E_1}{\sqrt{s}} \quad \text{et} \quad z = \frac{E_3}{\sqrt{s}} \tag{B.49}$$

On a alors :

$$\mathrm{d}^5\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{32(2\pi)^5\beta(s)}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}(\cos\theta)\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\phi_1 \tag{B.50}$$

$\overline{|\mathcal{M}|^2}$ ne dépendant que de s, x et y (car $z = 2 - x - y$), on peut intégrer sur les angles θ, ϕ et ϕ_1. On obtient alors une section efficace doublement différentielle :

$$\mathrm{d}^2\sigma = \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{128\pi^3\beta(s)}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{B.51}$$

Les bornes d'intégrations sur x et y se déduisent de l'utilisation des diagrammes de Dalitz. Nous ne détaillerons par leur calcul et donnerons seulement leur expression finale en fonction de $\epsilon = \frac{m_W}{\sqrt{s}}$ (on intègre d'abord sur y, à x fixé) :

$$\begin{aligned} y_{max} &= 1 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 4\epsilon^2} && \text{(B.52)}\\ y_{min} &= 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 4\epsilon^2} && \text{(B.53)}\\ x_{max} &= 1 + \epsilon^2 && \text{(B.54)}\\ x_{min} &= 2\epsilon && \text{(B.55)} \end{aligned}$$

B.3 Calcul de la section efficace

En combinant les résultats de la section précédente et l'expression de $\overline{|\mathcal{M}|^2}$, on peut exprimer la section efficace différentielle par rapport à x :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}x} = \frac{K^2 g^2 m_W^4}{32\pi^3 s^2 \left((s-m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2\right)\left(s^2(1-x)^2 + \Gamma_W^2 m_W^2\right)} R(x) \tag{B.56}$$

où l'on a défini :

$$\begin{aligned}
R(x) &= \int_{y_{min}}^{y_{max}} \mathrm{d}y \left[1 - 2x + 2\epsilon^2 + \epsilon^{-2}(1-y)(x+y-1)\right] && \text{(B.57)}\\
&= (1 - 2x + 2\epsilon^2 + x\epsilon^{-2} - \epsilon^{-2})(y_{max} - y_{min}) && \text{(B.58)}\\
&\qquad + \frac{\epsilon^{-2}}{2}(2-x)(y_{max}^2 - y_{min}^2) - \frac{\epsilon^{-2}}{3}(y_{max}^3 - y_{min}^3) \\
&= (y_{max} - y_{min}) && \text{(B.59)}\\
&\quad \left[1 - 2x + 2\epsilon^2 + x\epsilon^{-2} - \epsilon^{-2} + \frac{\epsilon^{-2}}{2}(2-x)(y_{max} + y_{min}) - \frac{\epsilon^{-2}}{3}(y_{max}^2 + y_{min}^2 + y_{max}y_{min})\right]
\end{aligned}$$

Exprimons les termes un par un :

$$\begin{aligned}
y_{max} - y_{min} &= \sqrt{x^2 - 4\epsilon^2} && \text{(B.60)}\\
y_{max} + y_{min} &= 2 - x && \text{(B.61)}\\
y_{max}^2 + y_{min}^2 + y_{max}y_{min} &= \frac{3}{4}\left(y_{max} + y_{min}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(y_{max} - y_{min}\right)^2 && \text{(B.62)}\\
&= \frac{3(2-x)^2 + x^2 - 4\epsilon^2}{4} && \text{(B.63)}\\
&= x^2 - 3x + 3 - \epsilon^2 && \text{(B.64)}
\end{aligned}$$

On obtient ainsi :

$$\begin{aligned}
R(x) &= \sqrt{x^2 - 4\epsilon^2}\left(1 - 2x + 2\epsilon^2 + x\epsilon^{-2} - \epsilon^{-2} + \epsilon^{-2}\frac{(2-x)^2}{2} - \epsilon^{-2}\frac{x^2 - 3x + 3 - \epsilon^2}{3}\right) && \text{(B.65)}\\
&= \frac{1}{6\epsilon^2}\sqrt{x^2 - 4\epsilon^2}\left(6\epsilon^2 - 12\epsilon^2 x + 12\epsilon^4 + 6x - 6 + 12 - 12x + 3x^2 - 2x^2 + 6x - 6 + 2\epsilon^2\right) && \text{(B.66)}\\
&= \frac{1}{6\epsilon^2}\sqrt{x^2 - 4\epsilon^2}\left(x^2 - 12\epsilon^2 x + 8\epsilon^2 + 12\epsilon^4\right) && \text{(B.67)}
\end{aligned}$$

En multipliant par 24 (le nombre d'états $f\bar{f}'$ possibles, en comptant trois états de couleurs pour les quarks) et par $v_{rel} = 2\beta(s)$, on retrouve bien la section efficace totale (3.8) :

$$\sigma v_{rel} = \frac{3K^2 m_W^4}{8v^2\pi^3}\frac{1}{(s-m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2}\int_{2\epsilon}^{1+\epsilon^2} \mathrm{d}x \frac{\sqrt{x^2 - 4\epsilon^2}\left(x^2 - 12\epsilon^2 x + 8\epsilon^2 + 12\epsilon^4\right)}{(1-x)^2 + \epsilon^4\Gamma_W^2/m_W^2} \tag{B.68}$$

C Couplage effectif de χ au boson Z

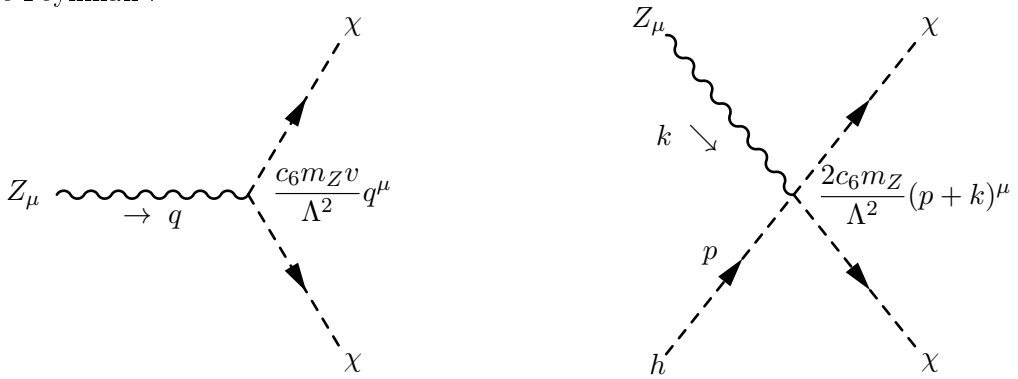
Nous étudierons ici la phénoménologie du modèle scalaire à symétrie $\mathbb{Z}_2$ avec l'opérateur effectif $\mathcal{O}_6$ (introduit dans la section 4.2), celui-ci induisant un couplage au MS par le boson de jauge Z et nécessitant donc une analyse un peu différente. Cet opérateur s'écrit :

$$\mathcal{O}_6 = \frac{ic_6}{2\Lambda^2}(\partial^\mu \chi^2)\left[\phi^\dagger D_\mu \phi - (D_\mu \phi)^\dagger \phi\right] \tag{C.1}$$

En introduisant l'expression de ϕ provenant du mécanisme de Higgs et l'expression de la dérivée covariante dans l'expression de $\mathcal{O}_6$, on trouve :

$$\mathcal{O}_6 = -\frac{c_6 m_Z}{v\Lambda^2}\chi(\partial^\mu \chi)(h+v)^2 Z_\mu \tag{C.2}$$

On obtient ainsi des interactions entre χ, le boson Z et le champ de Higgs, dont nous avons dérivé les règles de Feynman :



C.1 Désintégration du Z

La largeur de désintégration du Z étant mesurée avec précision dans les accélérateurs de particules, nous avons tout d'abord étudié le processus de désintégration $Z \to \chi\chi$ et montré que celui-ci était nul : en effet, l'élément de matrice associé est proportionnel à $q^\mu \varepsilon_\mu$, où q est l'impulsion portée par le boson Z et ε est sa polarisation. Or ses deux quantités sont toujours orthogonales au sens de Minkowski, et l'élément de matrice considéré est donc nul. Les désintégrations du boson Z restent donc, dans ce modèle, les mêmes que pour le MS, en accord avec les mesures.

C.2 Densité relique et détection indirecte : échange d'un Z en canal s

L'opérateur $\mathcal{O}_6$ change potentiellement les processus d'annihilation $\chi\chi \leftrightarrow$ MS, *via* l'échange d'un boson Z en canal s. Les états finaux possibles sont alors ceux de la désintégration du Z, soit principalement les paires fermion-antifermion.

Considérons l'annihilation $\chi\chi \leftrightarrow f\bar{f}$, avec f un fermion massif : le processus possède deux diagrammes de Feynman, avec un boson de Higgs ou un boson Z en canal s. Nous avons alors calculé l'élément de matrice totale de l'annihilation. On notera k et p les impulsions de f et $\bar{f}$, s et r leurs spins et q l'impulsion totale $p+k$:

$$\mathcal{M} = \bar{u}(k,s)\left[\frac{2iKm_f}{q^2 - m_h^2 + i\Gamma_h m_h} + \frac{c_6}{2\Lambda^2}\not{q}\left(C_V - C_A\gamma^5\right)\right]v(p,r) \tag{C.3}$$

avec C_V et C_A les coefficients d'interaction vectoriel et axial du boson Z au fermion f.

L'équation de Dirac impose $\bar{u}(k,s)\not{k} = m_f\bar{u}(k,s)$ et $\not{p}v(p,r) = -m_f v(p,r)$. En remplaçant alors $\not{q}$ par $\not{p}+\not{k}$, ces relations font disparaître la partie vectorielle de l'interaction et simplifie la partie axiale (grâce aux propriétés d'anti-commutation de γ^5). On a alors :

$$\mathcal{M} = 2m_f\bar{u}(k,s)\left[\frac{iK}{q^2 - m_h^2 + i\Gamma_h m_h} - \frac{c_6 C_A}{\Lambda^2}\gamma^5\right]v(p,r) \tag{C.4}$$

Nous avons ensuite explicité l'élément de matrice au carré, moyenné sur les spins des fermions. Les propriétés de la matrice γ^5 font notamment disparaitre le terme d'interférence entre les deux diagrammes, laissant (avec $\sqrt{s}$ l'énergie dans le centre de masse) :

$$|\mathcal{M}|^2 = 2m_f^2(s - 4m_f^2)\left[\frac{4K^2}{(s-m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2} + \frac{c_6^2}{\Lambda^4}\right] \tag{C.5}$$

Les termes d'interférence ayant disparu, l'élément de matrice est corrigé seulement par des termes d'ordre $1/\Lambda^4$, qui sont négligeables lorsque $K > \frac{c_6 s}{2\Lambda^2}$.

C.3 Détection directe : échange d'un Z en canal t

Le processus de diffusion d'une particule χ sur un nucléon possède, avec l'opérateur $\mathcal{O}_5$, un diagramme d'échange d'un boson Z en canal t. Afin d'estimer son effet, nous avons considéré la diffusion $\chi q \to \chi q$, avec q un quark du nucléon. On note p et k les impulsions du quark avant et après la diffusion et $q = k - p$ l'impulsion transférée. De manière analogue au calcul précédent, l'élément de matrice prend la forme :

$$|\mathcal{M}|^2 = 2m_q^2(4m_q^2 - q^2)\left[\frac{4K^2}{(q^2-m_h^2)^2 + \Gamma_h^2 m_h^2} + \frac{c_6^2}{\Lambda^4}\right] \tag{C.6}$$

L'énergie transférée étant faible, on peut approximer le propagateur du boson de Higgs par m_h^4 : le terme en $\frac{1}{\Lambda^4}$ est donc à comparer à un terme en $\frac{1}{m_h^4}$ et est donc négligeable lorsque $K > \frac{c_6 m_h^2}{2\Lambda^2}$. En bonne approximation, l'opérateur $\mathcal{O}_6$ ne change donc pas la section efficace de diffusion nucléaire (3.16).

C.4 Phénoménologie du modèle avec couplage effectif au boson Z

Nous avons ainsi montré que dans les processus considérés, l'ajout de l'opérateur $\mathcal{O}_6$ n'interférait jamais avec le couplage K et crée seulement des termes d'ordre $1/\Lambda^4$. Ces corrections sont donc négligeables tant que la masse de χ n'est pas trop importante et le couplage K n'est pas trop petit. Nous avons alors calculé ces effets numériquement pour $\Lambda = 1$ TeV et c_6 entre 1 et 5 et avons montré que, dans la région de l'espace des paramètres que nous avons considérée pour comparer χ à la matière noire dans la section 3, la phénoménologie du modèle change très peu après l'ajout de l'opérateur $\mathcal{O}_6$.

D Etablissement du potentiel à deux doublets de Higgs le plus général possible

Nous exhiberons dans cette annexe une méthode de détermination du potentiel à deux doublets de Higgs le plus général possible. Considérons donc deux doublets ϕ_1 et ϕ_2 de $\mathrm{SU}(2)_L$, d'hypercharge $Y = \frac{1}{2}$. Un potentiel sur ϕ_1 et ϕ_2 est un polynôme réel V des 8 composantes formant ces deux doublets. La contrainte de renormalisation sur la dimension des opérateurs de champs (voir 2.3.2) impose à V d'être de degré inférieur ou égal à 4.

Il faut de plus que V soit invariant sous les transformations de jauge $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$. ϕ_1 et ϕ_2 sont des doublets et appartiennent donc à la représentation 2 de $\mathrm{SU}(2)_L$. Il est de plus possible de former, à partir de ϕ_1 et ϕ_2, deux autres doublets dans la représentation 2 : $\tilde{\phi}_1 = i\sigma_2\phi_1^*$ et $\tilde{\phi}_2 = i\sigma_2\phi_2^*$. Un polynôme sur les composantes des ϕ_i se construit comme un produit tensoriel des ϕ_i et $\tilde{\phi}_i$. Les polynômes invariants sous $\mathrm{SU}(2)_L$ appartiennent donc aux représentations singlets des produits tensoriels de la représentation 2, que l'on détermine par les règles de Clebsch-Gordan.

Il est clair que toute composante des ϕ_i n'est pas invariante sous $\mathrm{SU}(2)_L$, il n'existe donc pas de polynôme invariant de degré 1. De même, le produit tensoriel de trois représentations 2 donne $2 \otimes 2 \otimes 2 = 2 \oplus 2 \oplus 4$ et ne comprend donc pas de singlet ; par conséquent, il n'existe pas de polynômes invariants de degré 3.

D.1 Polynômes invariants de degré 2

Les polynômes invariants de degré 2 sont formés à partir de la représentation 1 du produit tensoriel $2 \otimes 2 = 1 \oplus 3$. Les règles de Clebsch-Gordan nous indiquent qu'elle correspond au tenseur $\epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. On forme alors tous les invariants de degré 2 en contractant ce tenseur avec deux doublets parmi ϕ_1, ϕ_2, $\tilde{\phi}_1$ et $\tilde{\phi}_2$. Le tenseur ϵ étant anti-symétrique, la contraction de deux mêmes doublets est nulle et l'échange des deux doublets redonne le même invariant, au signe près. Ainsi, on construit 6 invariants :

$$A = \epsilon_{ij}(\phi_1)_i(\tilde{\phi}_1)_j \quad \text{(D.1)} \qquad C' = \epsilon_{ij}(\phi_2)_i(\tilde{\phi}_1)_j \quad \text{(D.3)} \qquad E = \epsilon_{ij}(\phi_1)_i(\phi_2)_j \quad \text{(D.5)}$$
$$B = \epsilon_{ij}(\phi_2)_i(\tilde{\phi}_2)_j \quad \text{(D.2)} \qquad D' = \epsilon_{ij}(\phi_1)_i(\tilde{\phi}_2)_j \quad \text{(D.4)} \qquad F = \epsilon_{ij}(\tilde{\phi}_1)_i(\tilde{\phi}_2)_j \quad \text{(D.6)}$$

Le calcul de ces invariants donne $A = \phi_1^\dagger\phi_1$, $B = \phi_2^\dagger\phi_2$, $C' = \phi_1^\dagger\phi_2$, $D' = \phi_2^\dagger\phi_1 = C'^*$. On vérifie facilement qu'ils sont aussi invariants sous les transformations de $\mathrm{U}(1)_Y$. En revanche, E et $F = E^*$ sont invariants sous $\mathrm{SU}(2)_L$ mais pas sous $\mathrm{U}(1)_Y$. On a donc quatre termes réels invariants de jauge de degré 2 : A, B, $C = (C' + D')/2 = \mathrm{Re}(C)$ et $D = (C' - D')/2 = \mathrm{Im}(C)$, donnés par :

$$A = \phi_1^\dagger\phi_1 \quad \text{(D.7)} \qquad B = \phi_2^\dagger\phi_2 \quad \text{(D.9)}$$
$$C = \mathrm{Re}\left(\phi_1^\dagger\phi^2\right) \quad \text{(D.8)} \qquad D = \mathrm{Im}\left(\phi_1^\dagger\phi^2\right) \quad \text{(D.10)}$$

D.2 Polynômes invariants de degré 4

De la même façon, on construit les polynômes invariants de degré 4 à partir des deux représentations singlets de $2 \otimes 2 \otimes 2 \otimes 2 = 1 \oplus 1 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 5$. Une de ces deux représentations se construit comme le produit tensoriel des représentations singlets de degré 2, et correspond donc à un tenseur $Q_{ijkl} = \epsilon_{ij}\epsilon_{kl}$. De plus, le tenseur correspondant à la seconde représentation singlet est une combinaison linéaire de permutation du tenseur Q. Ainsi, les invariants de degré 4 se construisent en contractant le tenseur Q avec quatre doublets parmi ϕ_1, ϕ_2, $\tilde{\phi}_1$ et $\tilde{\phi}_2$. Q est le produit tensoriel de deux tenseurs ϵ, ce qui implique que tous les invariants de degré 4 sont le produit de deux invariants de degré 2, ce qui donne 21 possibilités. En imposant aussi l'invariance sous les transformations de jauge $\mathrm{U}(1)_Y$, on restreint cette liste aux produits de A, B, C et D et à EF. On montre alors que $EF = AB - C'D'$, laissant dix termes indépendants :

$$A^2,\ B^2,\ C^2,\ D^2,\ AB,\ AC,\ AD,\ BC,\ BD,\ CD,\ EF \qquad \text{(D.11)}$$

Références

[1] Anthony Zee. *Quantum Field Theory in a nutshell.* Princeton University Press, 2003.

[2] Michael Peskin and Daniel Schroeder. *An introduction to Quantum Field Theory.* Addison-Wesley, 1995.

[3] Abdelhak Djouadi. The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. I : The Higgs boson in the standard model. *Phys.Rept.*, 457 :1–216, 2008.

[4] Vanda Silveira and A. Zee. Scalar phantoms. *Phys.Lett.*, B161 :136, 1985.

[5] John McDonald. Gauge singlet scalars as cold dark matter. *Phys.Rev.*, D50 :3637–3649, 1994.

[6] C.P. Burgess, Maxim Pospelov, and Tonnis ter Veldhuis. The Minimal model of nonbaryonic dark matter : A Singlet scalar. *Nucl.Phys.*, B619 :709–728, 2001.

[7] Serguei Chatrchyan et al. Observation of a new boson with mass near 125 GeV in pp collisions at sqrt(s) = 7 and 8 TeV. *JHEP*, 06 :081, 2013.

[8] E. Aprile et al. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. *Phys.Rev.Lett.*, 109 :181301, 2012.

[9] Gerard Jungman, Marc Kamionkowski, and Kim Griest. Supersymmetric dark matter. *Phys.Rept.*, 267 :195–373, 1996.

[10] Marco Cirelli and Gaelle Giesen. Antiprotons from Dark Matter : Current constraints and future sensitivities. *JCAP*, 1304 :015, 2013.

[11] M. Ackermann et al. Constraining Dark Matter Models from a Combined Analysis of Milky Way Satellites with the Fermi Large Area Telescope. *Phys.Rev.Lett.*, 107 :241302, 2011.

[12] Reyhaneh Rezvani. Search for exotic mono-jet and mono-photon signatures with the ATLAS detector. *EPJ Web Conf.*, 49 :15016, 2013.

[13] R. Keith Ellis, I. Hinchliffe, M. Soldate, and J.J. van der Bij. Higgs Decay to tau+ tau- : A Possible Signature of Intermediate Mass Higgs Bosons at the SSC. *Nucl.Phys.*, B297 :221, 1988.

[14] A.D. Martin, W.J. Stirling, R.S. Thorne, and G. Watt. Parton distributions for the LHC. *Eur.Phys.J.*, C63 :189–285, 2009.

[15] Abdelhak Djouadi, Adam Falkowski, Yann Mambrini, and Jeremie Quevillon. Direct Detection of Higgs-Portal Dark Matter at the LHC. *Eur.Phys.J.*, C73 :2455, 2013.

[16] Patrick J. Fox, Roni Harnik, Joachim Kopp, and Yuhsin Tsai. Missing Energy Signatures of Dark Matter at the LHC. *Phys.Rev.*, D85 :056011, 2012.

[17] Serguei Chatrchyan et al. Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in pp Collisions Yielding a Photon and Missing Transverse Energy. *Phys.Rev.Lett.*, 108 :261803, 2012.

[18] Michele Frigerio, Alex Pomarol, Francesco Riva, and Alfredo Urbano. Composite Scalar Dark Matter. *JHEP*, 1207 :015, 2012.

[19] Thomas Hambye and Michel H.G. Tytgat. On the possible links between electroweak symmetry breaking and dark matter. *AIP Conf.Proc.*, 1115 :192–198, 2009.

[20] Wai-Yee Keung and William J. Marciano. HIGGS SCALAR DECAYS : H to W+- X. *Phys.Rev.*, D30 :248, 1984.